

Praktikum A Grundlagen

1 Differentialrechnung

- (a) Leiten Sie folgendes nach x ab: $f(x) = ax^3 + bx + c$
- (b) Gegeben: $f(a, d) = ar^n + \frac{d}{a} + x$. Berechnen Sie die partiellen Ableitungen $\frac{\partial f}{\partial a}$ und $\frac{\partial f}{\partial d}$.
- (c) Leiten Sie folgende Funktion nach a ab: $V(n, a) = (na)^3 + V_0$

2 Mittelwert

Die Formel für den arithmetischen Mittelwert¹ \bar{x} der Werte x_1, x_2, \dots lautet:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

Die Formel für den Fehler des Mittelwerts lautet²:

$$\Delta \bar{x} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n(n-1)}}$$

- Um eine Größe t zu bestimmen werden die Messwerte 3s und 2,4s aufgenommen.
Bestimmen Sie den Mittelwert \bar{t} und den zugehörigen Fehler $\Delta \bar{t}$.

3 Fehlerfortpflanzung.

Die Formel für die Gaußsche Fehlerfortpflanzung einer Funktion f mit den fehlerbehafteten Größen x_i lautet:

$$\Delta f = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \Delta x_i \right)^2}$$

→ Um die Geschwindigkeit $v = \frac{l}{t}$ eines vorbeifahrenden Autos zu bestimmen wird eine Strecke l abgemessen und die Zeit t gestoppt, die das Auto für diese Strecke benötigt. Beide Werte liegen uns vor: $l = (20,0 \pm 0,5)$ m und $t = (2,2 \pm 0,2)$ s.

- (1) Stellen Sie die Fehlerformel Δv auf.
- (2) Berechnen Sie die Geschwindigkeit v und deren Fehler Δv .
- (3) Geben Sie das Ergebnis mit seinem Fehler korrekt gerundet an.
- (4) Die tatsächliche Geschwindigkeit des Wagens liegt mit einer Wahrscheinlichkeit von 68,27% in dem berechneten Intervall. Können Sie ausschließen, dass der Fahrer sich an die erlaubte Höchstgeschwindigkeit von 30 km/h ($\hat{=} 8,3$ m/s) gehalten hat?

¹Falls die zu mittelnden Werte x_i unterschiedliche Fehlerwerte aufweisen muss stattdessen der *gewichtete* Mittelwert errechnet werden.

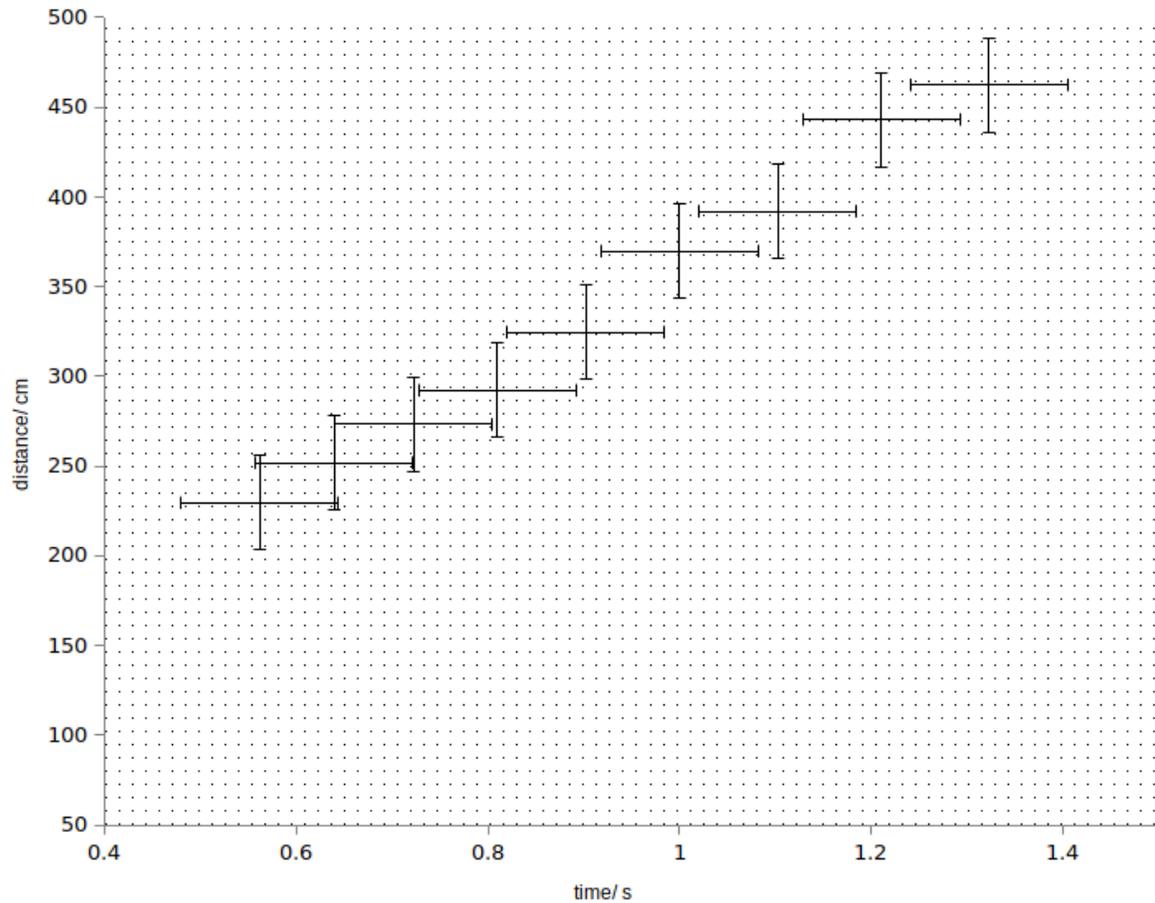
²dabei vernachlässigen wir *hier* den Studentschen t-Faktor.

- (5) Ein Nachbar, der die Szenerie vom Fenster aus beobachtet, schätzt, dass der Fahrer mit mindestens 50 km/h ($\hat{=} 13,8 \bar{\text{m}}/\text{s}$) durch die Siedlung gebrettert sei. Könnte er recht haben?

4 Grafische Geradenanpassung

Bei der grafischen Geradenanpassung werden zwei Extremalgeraden (min, max) eingezeichnet, die jeweils möglichst 2/3 der Messwerte innerhalb der Fehlerflächen treffen. Die restlichen 1/3 der Werte sollen zumindest im doppelten Fehlerabstand getroffen werden.

- (a) Zeichnen Sie die Extremalgeraden ein und benennen Sie diese treffender Weise mit *min* und *max*.
- (b) Zeichnen Sie größtmögliche Steigungsdreiecke an die Extremalgeraden und benennen Sie die Kanten passend mit den Bezeichnungen: x_{min} , y_{min} und x_{max} , y_{max} .



- (c) Geben Sie die Werte der benannten Kanten an und berechnen Sie damit die mittlere Steigung der Ausgleichsgeraden mitsamt ihrem Fehler.