

Versuch M10 für Physiker

Viskosität

I. Physikalisches Institut, Raum 103
Stand: 19. Mai 2022



generelle Bemerkungen

- bitte Versuchspartner angeben
- bitte Versuchsbetreuer angeben
- bitte nur handschriftliche Auswertung

1 Einleitung

In diesem Versuch beschäftigen Sie sich mit den Wechselwirkungen zwischen Teilchen in einer Flüssigkeit. Wenn man versucht einen Gegenstand durch eine Flüssigkeit zu bewegen, so muss man eine Kraft aufwenden. Diese Kraft hängt davon ab, wie leicht oder schwer es ist, die Flüssigkeitsmoleküle gegeneinander zu verschieben. Diese Eigenschaft wird mathematisch durch die Stoffkonstante Viskosität beschrieben. Sie hängt von der Temperatur ab, aber auch von der Art und Stärke der intermolekularen Wechselwirkungen. Letztere fasst man zusammen in der so genannten Aktivierungsenergie. Sie werden für verschiedene Flüssigkeiten die Viskosität und aus deren Temperaturabhängigkeit die Aktivierungsenergie bestimmen. Eine gute Vorstellung davon, wieviel Energie man wirklich aufbringen muss, um die Teilchen der Flüssigkeit gegeneinander zu verschieben, liefert der Vergleich mit der Verdampfungsenergie, also der Energie die man benötigt um die Teilchen komplett voneinander zu trennen.

2 Vorbereitung (vor dem Praktikum, zu Hause)

Die folgenden Stichpunkte und theoretischen Überlegungen sollen in Ihrem Heft schriftlich bearbeitet werden. Außerdem sollten Sie in der Lage sein, sie am Versuchstag im Antestat selbstständig wiederzugeben. Weitere Hinweise zum Vorgehen bei den Herleitungen finden Sie in Abschnitt 7. Literaturhinweise gibt es in Abschnitt 8.

1. Machen Sie sich mit folgenden Begriffen und Gesetzmäßigkeiten vertraut:
Flüssigkeiten (insbesondere Abgrenzung zu Gasen und Festkörpern), Newtonsche Flüssigkeiten, (innere) Reibung, zwischenmolekulare Kräfte, laminare Strömung, dynamische und kinematische Viskosität, Auftrieb, Temperaturabhängigkeit der Dichte, Temperaturabhängigkeit der Viskosität (Stichwort: Platzwechselvorgänge), Höpplersches Viskosimeter, Stokessches Gesetz, Ladenburgkorrektur, Hagen-Poiseuillesches Gesetz (wie findet dieses Anwendung hier im Versuch?), molare Aktivierungsenergie, Arrhenius Gleichung
2. Diskutieren Sie, ob Sie in der Auswertung Ihrer Messergebnisse die Veränderung von Kugel- und Flüssigkeitsdichte mit der Temperatur berücksichtigen müssen oder vernachlässigen können.
3. Schätzen Sie unter Verwendung des Stokeschen Gesetzes die Fallzeit einer Kugel für folgendes Experiment ab:
Dichte der Kugel $\rho_k \approx 2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ (Glas), Dichte der Flüssigkeit $\rho_f \approx 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ (Wasser), Radius der Kugel $r_k \approx 1 \text{ cm}$, Radius des Fallrohrs $R = \infty$, Fallhöhe $h \approx 10 \text{ cm}$, Viskosität der Flüssigkeit $\eta \approx 1 \text{ mPa s}$ (Wasser), Erdbeschleunigung $g \approx 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.
Wäre diese Fallzeit per Hand mit einer Stoppuhr messbar?
4. Wie würde sich das Resultat verändern, wenn man die Ladenburgkorrektur berücksichtigt? Gehen Sie dafür vom Extremfall $\frac{r_k}{R} \approx 1$ aus.
5. Betrachten Sie nun das obige Experiment für den Fall, dass Rohr und Kugel etwa den gleichen Durchmesser haben und unter Verwendung des Hagen-Poiseuilleschen Gesetzes. D. h. gehen Sie davon aus, dass die Geschwindigkeit der Kugel dadurch begrenzt wird, dass die Flüssigkeit durch einen sehr kleinen Bereich um die Kugel herumströmen muss. Betrachten Sie diesen Bereich als zylinderförmig mit Radius $r_f \approx 1 \text{ mm}$ und Länge $l \approx 1 \text{ cm}$. Welche Fallzeit erhalten Sie nun? Ist diese Fallzeit per Hand mit einer Stoppuhr messbar?

3 Versuchsaufbau und -beschreibung

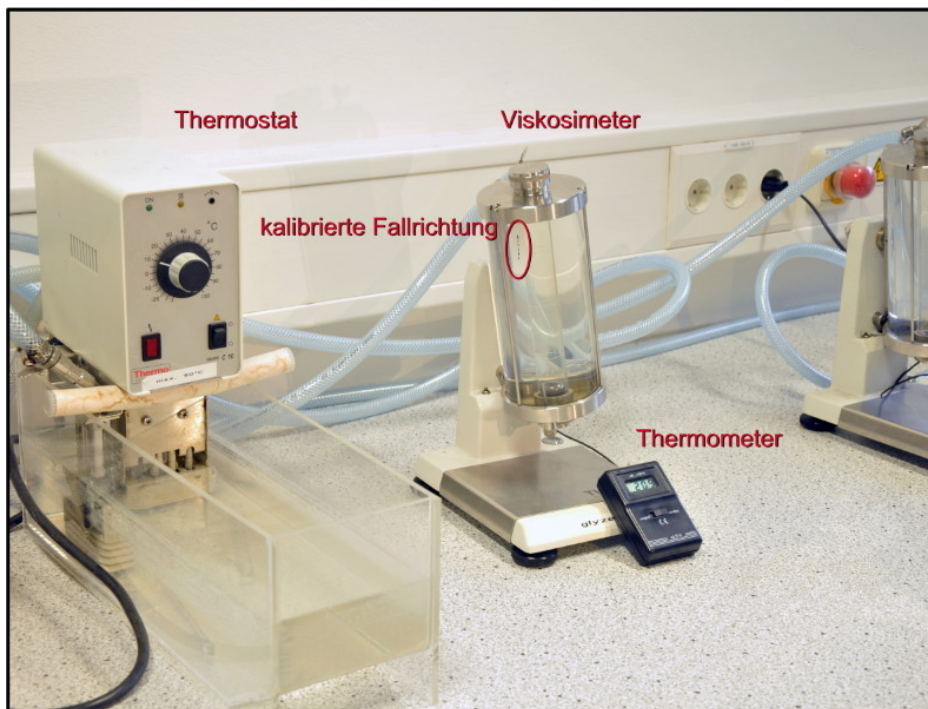


Abbildung 1: Foto des Versuchsaufbaus

Das Höpplersche Kugelfall-Viskosimeter besteht aus einer leicht schräg gestellten Fallröhre, die mit der zu untersuchenden Flüssigkeit gefüllt ist. Zur Bestimmung der Viskosität der Flüssigkeit lässt man eine Kugel in dieser Röhre hinuntergleiten bzw. -rollen und misst die Zeit, die sie zum Durchlaufen einer festgelegten Strecke benötigt. Die Schrägstellung des Fallrohrs dient dazu die Wandkollisionen, die beim senkrechten Fall einer Kugel in einem nur wenig größeren Rohr unvermeidlich auftreten, kontrollierbar zu machen.

Die aufgeklebten Pfeile zeigen die Fallrichtung an, für die das jeweilige Viskosimeter kalibriert wurde. Theoretisch sind die Geräte so entworfen, dass beide Fallrichtungen verwendbar sind. In der Realität können allerdings kleine Beschädigungen oder Ähnliches dazu führen, dass die Kugel bei einigen Geräten in den beiden Richtungen unterschiedlich schnell fällt. Da sich laut Hersteller für die Rückrichtung jedoch nur Abweichungen von $< 1\%$ ergeben, sind diese Ungenauigkeiten im Rahmen dieses Praktikums vernachlässigbar, sodass praktisch Fallzeitmessungen in beide Richtungen erlaubt sind. Offensichtliche Störeinflüsse, wie z. B. Luftblasen, welche die Kugel in einer Fallrichtung beeinflussen, sind gegebenenfalls natürlich dennoch zu beachten.

Um die Abhängigkeit der Viskosität von der Temperatur untersuchen zu können, befindet sich die Fallröhre in einem Wasserbad, das über ein Thermostat beheizt werden kann. Zur Temperaturmessung dient ein elektrisches Thermometer.

4 Benötigte Formeln

Die Viskosität der zu untersuchenden Flüssigkeit erhält man aus den Dichten von Kugel und Flüssigkeit, ρ_k und ρ_f , der viskosimeterspezifischen Kugelkonstante K und der mittleren Fallzeit \bar{t} als:

$$\eta = K (\rho_k - \rho_f) \bar{t} . \quad (1)$$

Für viele Flüssigkeiten lässt sich die Änderung der Viskosität mit der Temperatur in Form einer Arrhenius-Gleichung beschreiben:

$$\frac{1}{\eta} = C e^{-\frac{E_A}{RT}} , \quad (2)$$

dabei ist C eine systemabhängige Konstante, E_A die molare Aktivierungsenergie, R die universelle Gaskonstante und T die absolute Temperatur. Für den Zusammenhang zwischen der Temperatur θ in °C und der absoluten Temperatur T in Kelvin gilt:

$$T[\text{K}] = \theta[^\circ\text{C}] + 273,15 . \quad (3)$$

Gleichung (2) kann zu einer Geradengleichung $y = a \cdot x + b$ umgeformt werden:

$$\ln \eta = \frac{E_A}{R} \cdot \frac{1}{T} - \ln C . \quad (4)$$

Aus der Steigung a der Geraden $\ln \eta \left(\frac{1}{T} \right)$ kann man also die molare Aktivierungsenergie berechnen:

$$E_A = aR . \quad (5)$$

5 Durchführung (im Praktikum)

5.1 Inbetriebnahme der Apparatur

Die Apparatur ist bereits aufgebaut. Überprüfen Sie anhand der integrierten Libellen, ob die Viskosimeter gerade stehen. Korrigieren Sie falls nötig die Höhe der Füße. Danach dürfen Sie das Gerät nicht mehr auf dem Tisch verschieben. Zur Inbetriebnahme drehen Sie den Regler des Thermostates auf 25 °C und betätigen den Schalter auf der Vorderseite des Gerätes. Bei einer größeren Temperatur als der aktuellen Einstellung am Thermostat schaltet sich die Heizfunktion automatisch ab und läuft erst wieder an, wenn die Temperatur gesunken ist.

Wie zuvor beschrieben (siehe Abschnitt 3), können Sie in der Regel in beide Fallrichtungen messen.

Achtung:

*Sollten sich Luftblasen in der Apparatur befinden, welche die Kugel in einer Fallrichtung beeinflussen, kontaktieren Sie Ihre Versuchsassistenz. **Versuchen Sie auf keinen Fall die Apparatur zu öffnen!***

*Beachten Sie bitte unbedingt die Viskosimeter nach Abschluss der Versuchs jeweils mit dem Pfeil für die kalibrierte Fallrichtung **nach unten** zu hinterlassen (siehe Abb. 2). Diese Einstellung, bei welcher der Pfeil nach unten zeigt, ist auch notwendig, während auf Temperaturänderungen gewartet wird, also zwischen den Messungen bei verschiedenen Temperaturen.*

5.2 Messung der Fallzeit der Kugel

Führen Sie die folgenden Messungen für Wasser und Glycerin durch.

- **Zeitmessung:**

Die Zeitmessung (bspw. per Mobiltelefon) wird gestartet wenn der untere Kugelrand die obere Markierung im Fallrohr passiert und gestoppt, wenn er die untere Markierung passiert. Achten Sie darauf, dass Sie parallaxenfrei messen. Messen Sie die Fallzeit für die jeweils aktuelle Temperatur fünfmal.

- **Bestimmung der Temperaturabhängigkeit:**

Die Temperatur wird am elektronischen Thermometer abgelesen. Nachdem an *allen* Aufbauten bei der aktuellen Temperatur fünf Zeitmesswerte aufgenommen wurden stellen Sie am Thermostat die nächste Temperatur ein. (Die Aufbauten werden von der gleichen Wasserversorgung gespeist.) Achten Sie darauf, die Aufbauten während einer Temperaturänderung mit dem Pfeil nach unten auszurichten. Nun dauert es ca. 10–15 min bis sich die Temperatur der Testflüssigkeit an diese angeglichen hat. Fangen Sie also nicht voreilig mit den Messungen nach einer Temperaturänderung an, selbst wenn das Thermometer bereits die gewünschte Temperatur anzeigt, sondern warten Sie noch ein paar Minuten.

Führen Sie die Fallzeitmessung für fünf verschiedene Temperaturen zwischen 25 °C

und 50 °C durch¹. Da die Temperatur T häufig selbst bei konstanter Einstellung schwankt, notieren Sie für jede Fallzeit einen eigenen Temperaturwert. Am Ende des Versuchs sollten Sie also pro Flüssigkeit 25 Temperaturwerte mit 25 entsprechenden Fallzeiten notiert haben, aufgeteilt in Blöcke von je 5 zusammengehörigen Werten. Denken Sie auch an Messungenauigkeiten.

5.3 Wichtige Anmerkungen zum Aufbau



Abbildung 2: Korrekte Einstellung der Viskosimeter während sich Temperaturänderungen einstellen und außerhalb der Versuchsdurchführung, also auch beim Verlassen des Versuchsaufbaus.

In Abbildung 2 sehen Sie die korrekte Einstellung für die Viskosimeter, beispielsweise während Sie auf Temperaturänderungen warten oder wenn Sie den Versuch beendet haben und den Aufbau verlassen.

Bei anderer Verwendung als beschrieben besteht die Gefahr, dass störende Luftblasen in den Zylinder mit der Messflüssigkeit geraten und / oder die Kugel an einem Ende (*hier: oben*) hängen bleiben könnte. Dies liegt an den unterschiedlichen Enden der Aufbauten bei den Schraubdeckeln, da sich auf einer Seite spezielle, mit Kapillaren versehene Hohlraumdeckel befinden. Vermeiden Sie daher unbedingt an den Schraubdeckeln zu drehen.

¹Sollte die Temperatur bedingt durch die Raumtemperatur bereits über 25 °C liegen, starten Sie Ihre Messungen bei der entsprechend höheren Temperatur.

6 Auswertung und Diskussion (zu Hause)

Bitte führen Sie zu jedem Wert eine Fehlerrechnung durch. Geben Sie alle verwendeten Formeln an und erläutern Sie kurz, was Sie tun und warum. Zeichnen Sie Ihre Diagramme auf Millimeterpapier und beschriften Sie sie vollständig (zu welcher Aufgabe gehört das Diagramm?, was ist auf den Achsen aufgetragen?). Die korrekte Form zur Angabe von Ergebnissen, sowie Hinweise zur Fehlerrechnung entnehmen Sie bitte entsprechenden Hilfs-Dokumenten von der AP-Webseite <https://www.astro.uni-koeln.de/AP/>.

6.1 Bestimmung der mittleren Fallzeit

Berechnen Sie für beide untersuchten Flüssigkeiten für jede Temperatur den Mittelwert der Temperatur und der Fallzeit. Der Fehler des Mittelwerts ergibt sich jeweils als Standardabweichung des Mittelwerts. Sollte insbesondere die Standardabweichung der mittleren Temperatur gleich Null sein oder extrem klein ausfallen, lohnt es sich stattdessen auf Gaußsche Fehlerfortpflanzung, angewendet auf die Formel des Mittelwerts, zurückzugreifen.

6.2 Temperaturabhängigkeit der Viskosität

Berechnen Sie für beide untersuchten Flüssigkeiten für jede Temperatur aus der mittleren Fallzeit die Viskosität nach Gleichung (1). Die flüssigkeits- und viskosimeterspezifischen Daten entnehmen Sie bitte Tabelle 1.

Flüssigkeit	Kugelkonstante	Kugeldichte	Flüssigkeitsdichte
	K $\left(\frac{\text{mPa cm}^3}{\text{g}}\right)$	ρ_k $\left(\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}\right)$	ρ_f $\left(\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}\right)$
Glycerin	0,10658	8,124	1,1866
H ₂ O dest.	0,01180	2,221	0,9982

Tabelle 1: Flüssigkeits- und viskosimeterspezifische Daten (bei 20 °C). Beachten Sie, dass die Kugelkonstanten für die Fallstrecke der oberen bis zur unteren Markierung vorgegeben sind.

Berechnen Sie außerdem den natürlichen Logarithmus der Viskosität und den Kehrwert der absoluten Temperatur (Glg. (3)) und tragen Sie in je einem Diagramm für jede Flüssigkeit $\ln \eta$ gegen $\frac{1}{T}$ (in K^{-1}) auf.

6.3 Bestimmung der molaren Aktivierungsenergie

Führen Sie zu den in Teil 6.2 bestimmten Datenpunkten rechnerische Geradenanpassungen durch und tragen sie die resultierenden Ausgleichsgeraden in die Diagramme ein. Aus der Steigung der Ausgleichsgeraden ermitteln Sie nun die molare Aktivierungsenergie anhand von Gleichung (5).

6.4 Diskussion

- Wie gut stimmte Ihre Abschätzung aus der Vorbereitung der Fallzeit für eine Glas-
kugel in Wasser mit den Ergebnissen dieses Versuchs überein?
- Vergleichen Sie Ihre Ergebnisse für die Viskositäten mit Literaturwerten (bitte Quel-
len angeben).
- Vergleichen Sie außerdem die Ergebnisse für die molaren Aktivierungsenergien mit
Literaturwerten für die molaren Verdampfungsenergien der jeweiligen Flüssigkeiten,
sowie die molaren Aktivierungsenergien der beiden Flüssigkeiten miteinander (bitte
Quellen angeben). Interpretieren Sie die Vergleichsresultate physikalisch (überlegen
Sie zum Beispiel, welchen Einfluss die Molekülstruktur auf die Platzwechselforgänge
hat oder welche Form von zwischenmolekularen Wechselwirkungen bei den verschie-
denen Flüssigkeiten dominiert).
- Diskutieren Sie die Ergebnisse und eventuelle systematische Fehler.

7 Anhang: Herleitung der Formeln

7.1 Fallzeitabschätzung nach dem Stokeschen Gesetz

Wir betrachten eine Kugel mit Radius r_k , die in einer Flüssigkeit der Viskosität η mit Geschwindigkeit v_k fällt. Die Kugel wird dabei von der Flüssigkeit mit der Reibungskraft

$$F_R = -6\pi\eta v_k r_k \quad (6)$$

gebremst. Gleichzeitig erfährt die Kugel durch die Flüssigkeit die Auftriebskraft

$$F_A = -\rho_f V_k g, \quad (7)$$

die bestimmt wird durch die Dichte der Flüssigkeit ρ_f , das Volumen der Kugel

$$V_k = \frac{4}{3}\pi r_k^3$$

und die Erdbeschleunigung g . Außerdem unterliegt sie natürlich der Erdanziehung

$$F_G = \rho_k V_k g, \quad (8)$$

wobei ρ_k die Dichte der Kugel ist.

Die Gesamtkraft auf die Kugel ist also:

$$\begin{aligned} F_{\text{ges}} &= F_G + F_A + F_R \\ &= (\rho_k - \rho_f) \frac{4}{3}\pi r_k^3 g - 6\pi\eta v_k r_k \end{aligned} \quad (9)$$

Da im stationären Zustand (also nach Erreichen der Endgeschwindigkeit) die Gesamtkraft gleich Null sein muss, kann man aus Gleichung (9) die Zeit t bestimmen, die die Kugel benötigt, um eine definierte Strecke h mit der Geschwindigkeit $v_k = \frac{h}{t}$ zu durchfallen.

7.2 Ladenburgkorrektur

Möchte man die Tatsache berücksichtigen, dass die Flüssigkeit nicht unendlich ausgedehnt ist, dann verwendet man die sogenannte Ladenburgkorrektur. Die Reibungskraft nach Gleichung (6) wird dann korrigiert:

$$\tilde{F}_R = F_R \cdot \left(1 + 2,1 \frac{r_k}{R}\right), \quad (10)$$

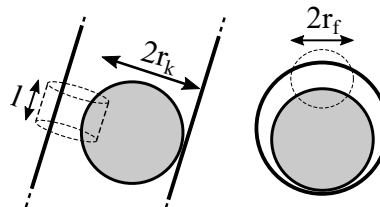
wobei R der Radius des Fallrohrs ist.

7.3 Fallzeitabschätzung nach dem Hagen-Poiseuilleschen Gesetz

Nach dem Gesetz von Hagen und Poiseuille ist die mittlere Fließgeschwindigkeit \bar{v}_f einer Flüssigkeit der Viskosität η in einem Zylinder der Länge l und des Radius r_f unter dem Druck p gegeben durch:

$$\bar{v}_f = \frac{pr_f^2}{8\eta l} \quad (11)$$

In unserem Fall müsste die Flüssigkeit eigentlich die sichelförmige Fläche zwischen Kugel und Rohrwand durchfließen, die sicherlich kein Zylinder ist. Aufgrund der Reibung der Flüssigkeitsmoleküle an Kugel und Wand wird aber nur der breiteste Bereich der Sichel hohe Fließgeschwindigkeiten zulassen. Diesen Bereich nähern wir an durch einen Zylinder mit Radius r_f und Länge l an. Die nebenstehende Abbildung veranschaulicht das beschriebene Prinzip und wie die einzelnen Größen hier Anwendung finden.



Der antreibende Druck ist hier verursacht durch die sinkende Kugel. Dieser Druck ergibt sich also als ihre Gewichtskraft reduziert um den Auftrieb durch die Flüssigkeit, die auf die Querschnittsfläche der Kugel wirkt:

$$p = \frac{4}{3} (\rho_k - \rho_f) r_k g \quad (12)$$

Wir müssen außerdem berücksichtigen, dass die Flüssigkeit sehr viel schneller fließen wird als die Kugel sinkt, da die durchströmte Fläche sehr viel kleiner als der Querschnitt der Kugel ist. Die Geschwindigkeit der Kugel ergibt sich dann als:

$$\begin{aligned} v_k &= \bar{v}_f \frac{r_f^2}{r_k^2} \\ &= \frac{(\rho_k - \rho_f) g r_f^4}{6\eta l r_k} . \end{aligned} \quad (13)$$

7.4 Kugelkonstante

An den Gleichungen (9) und (13) erkennt man², dass für das Kugelfallviskosimeter grundsätzlich der Zusammenhang

$$\eta = K (\rho_k - \rho_f) t \quad (14)$$

gilt, wobei die Kugelkonstante K alle Faktoren bis auf Dichten und Fallzeit zusammenfasst. Man sieht aber auch, wie unterschiedlich die Resultate ausfallen können, je nachdem welche Betrachtungsweise man zugrunde legt. Beide oben beschriebenen Betrachtungsweisen berücksichtigen nicht alle Effekte, die hier wirklich eine Rolle spielen und sind daher eben nur Näherungen, wenn auch von sehr unterschiedlicher Qualität. Um das Kugelfallviskosimeter zur genauen Bestimmung von Viskositäten benutzen zu können, ist es aber wichtig, die Kugelkonstante sehr genau zu kennen. Die sicherste Methode dafür ist es, das Viskosimeter mit einer Flüssigkeit zu kalibrieren, deren Viskosität sehr gut bekannt ist. Diese Arbeit würde aber den Aufwand für Sie zu sehr in die Höhe treiben, weshalb die Kugelkonstanten für jeden Versuchsaufbau in dieser Anleitung in Tabelle 1 angegeben sind.

²Wenn eine entsprechende Formel für die Ladenburgkorrektur aufgestellt wird, ist erkennbar, dass der Zusammenhang auch dann gilt.

8 Literatur

- Fehlerrechnung und allgemeine Hinweise:
<https://www.astro.uni-koeln.de/AP/>
- Meschede, Gerthsen Physik, Springer Berlin Heidelberg, 25. Aufl. 2015.
Neuaufgabe 2015 <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-662-45977-5>
[Zugang aus dem Netz der Uni Köln (UKLAN) möglich]
- Bergmann und Schaefer, Lehrbuch der Experimentalphysik, Band 1, “Mechanik, Akustik, Wärme”, Boston: De Gruyter, 9., verb. Aufl. Reprint 2018
<https://doi.org/10.1515/9783111628882>
[Zugang aus dem Netz der Uni Köln (UKLAN) möglich]
- Walcher, Elbel und Fischer: Praktikum der Physik, Vieweg+Teubner