

I. Physikalisches Institut
Universität zu Köln

M 4 Kraftfeld und Potenzial



PRAKTIKUM A FÜR NEBENFÄCHLER

Version vom 17. März 2021

Abzugeben bis: _____

Assistent: _____

Gruppenmitglieder: _____

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Vorbereitung (zu Hause, vor dem Versuchstag)	2
2.1	Newton'sche Axiome	2
2.2	Erhaltungssätze der Mechanik	3
2.3	Doppeltlogarithmische Skalierung	3
2.4	Grafische Geradenanpassung	3
2.5	Allgemeiner Zusammenhang zwischen Kraftfeld und Potenzial	4
2.6	Konservative Kräfte	5
3	Versuchsaufbau (zu Hause, vor dem Versuchstag)	6
3.1	Versuchsbeschreibung	6
3.2	Versuchsziel	7
4	Benötigte Formeln	8
5	Durchführung (im Praktikum)	9
5.1	Eingewöhnung	9
5.2	Messung	9
5.2.1	Bestimmen Sie die Abstandsabhängigkeit der Kraft zwischen den beiden Dipolen.	9
5.2.2	Bestimmen Sie den Maßstab der Kameraaufnahmen.	10
5.2.3	Bestimmen Sie die Abstandsabhängigkeit des Potentials zwischen den beiden Dipolen.	10
6	Auswertung (zu Hause)	12
6.1	Bestimmen Sie die Abstandsabhängigkeit der Kraft zwischen den beiden Dipolen.	12
6.1.1	Verwendete konstante Werte	12
6.1.2	Formeln	12
6.1.3	Tabellierte Werte	14
6.1.4	Auswertung der Geradenanpassung	16
6.2	Bestimmen Sie den Maßstab der Kameraaufnahmen.	16
6.3	Bestimmen Sie die Abstandsabhängigkeit des Potentials zwischen den beiden Dipolen.	17
6.3.1	Tabellierte Werte	17
6.3.2	Auswertung der Geradenanpassung	22
7	Diskussion der Ergebnisse (zu Hause)	23
8	Anhang: Hinweise zur Herleitung der Formeln	25
8.1	Kraft zwischen zwei Dipolen	25

8.2 Bestimmung des Potentials	27
9 Literatur	29
10 Sicherheitshinweise	30

1 Einleitung

In diesem Versuch sollen Sie experimentell den Zusammenhang zwischen Kraft und Potential in einem konservativen Kraftfeld überprüfen. Dazu verwenden Sie zwei sich abstoßende magnetische Dipole und bestimmen in verschiedenen Messungen die Abstandsabhängigkeiten der Kraft und des Potentials zwischen diesen Dipolen.

Wichtige Informationen

Zur Bearbeitung ist es zwingend erforderlich, dass Sie sich mit den Grundlagen der Fehlerrechnung (u. a. Gaußsche Fehlerfortpflanzung, (gewichteter) Fehler des Mittelwerts, grafische Geradenanpassung) vertraut machen. Informationen dazu finden Sie beispielsweise im Dokument „allgemeine Hilfen für das Praktikum A“ auf der Webseite des A-Praktikums^a.

Aufgrund des Umfangs dieses Versuchs ist es nötig die Blätter mittels Schnellhefter o. ä. zu binden. Bitte lochen Sie die Blätter und heften Sie diese sorgfältig ein. Sollte die Form der Abgabe nicht den Regularien entsprechen, kann die*der Assistent*in die Annahme der Auswertung verweigern.

Versuchen Sie innerhalb der vorgegebenen Lücken zu bleiben. Diese geben ungefähr den an entsprechender Stelle erwarteten Umfang vor. Sollte der Platz dennoch nicht ausreichen, fügen Sie ganze Blätter ein, auf welchen deutlich markiert ist, was wozu gehört.

Beachten Sie bitte, dass alle entsprechenden Lücken und Fragestellungen ausgefüllt und beantwortet werden müssen. Insbesondere sind Lücken bis hin zum Messprotokoll bereits vor dem Versuchstag zu bearbeiten. Dies müssen Sie vor Ort nachweisen und wichtige Inhalte frei wiedergeben können. Es wird davon ausgegangen, dass alle Gruppenmitglieder die vollständige Anleitung durchgelesen und verstanden haben. Sollten Sie am Versuchstag nicht ausreichend auf den Versuch vorbereitet sein, wird die*der Assistent*in Sie nicht am Versuch teilnehmen lassen.

Die Abgabe muss alle Seiten umfassen, insbesondere aber Seiten mit auszufüllenden Lücken. Dazu gehören in jedem Fall die Titelseite, die Vorbereitung, das Messprotokoll und die Auswertung mit Diskussion.

Alle auf dem Deckblatt aufgeführten Gruppenmitglieder sind für die Bearbeitung und fristgerechte Abgabe des Versuchsberichts bzw. dessen erforderlichen Korrekturen zuständig und verantwortlich. Des Weiteren wird davon ausgegangen, dass Sie sich mit den Regeln des A-Praktikums^a vertraut gemacht haben.

^a zu finden unter: <https://www.astro.uni-koeln.de/AP/>

2 Vorbereitung (zu Hause, vor dem Versuchstag)

Die folgenden Stichpunkte und theoretischen Überlegungen sollen hier schriftlich bearbeitet werden. Außerdem sollten Sie in der Lage sein, sie am Versuchstag im Antestat selbstständig wiederzugeben. Weitere Hinweise zum Vorgehen bei den Herleitungen finden Sie in Abschnitt 8. Literaturhinweise gibt es in Abschnitt 9.

Machen Sie sich mit folgenden Begriffen und Gesetzmäßigkeiten vertraut:

2.1 Newton'sche Axiome

1. Axiom

In einem Inertialsystem bewegt sich ein Körper so lange mit konstanter

_____ \mathbf{v} , oder verharrt in Ruhe ($\mathbf{v} = 0$), bis eine

_____ auf ihn wirkt.

2. Axiom

In einem Inertialsystem ist die Summe aller Kräfte \mathbf{F}_i auf ein Objekt gleich

$\sum_i \mathbf{F}_i = \mathbf{F} = \text{_____}$, wobei m dessen Masse und \mathbf{a} die _____ ist,

sie ist die momentane Änderung der _____ \mathbf{v} ($\dot{\mathbf{v}} = \mathbf{a}$).

3. Axiom

Wenn ein Körper A eine Kraft \mathbf{F}_A auf einen zweiten Körper B ausübt, übt Körper B gleichzeitig eine _____ gleicher Größe und entgegengesetzter Richtung auf den

Körper A aus, somit ist $\mathbf{F}_B = \text{_____}$.

2.2 Erhaltungssätze der Mechanik

Eine physikalische Größe nennt man erhalten wenn: _____

_____ .

Bei diesem Versuch ist zum Beispiel erhalten: _____

_____ .

Sei \mathbf{L} eine Erhaltungsgröße, so ist deren zeitliche Ableitung $\dot{\mathbf{L}} =$ _____ .

2.3 Doppellogarithmische Skalierung

Um Potenzfunktionen besser zu veranschaulichen wählt man bei der grafischen Darstellung häufig eine logarithmische Skalierung. Diese hat nicht nur den Vorteil, dass verschiedene Größenordnungen gut dargestellt werden können sondern auch mathematische Konsequenzen für die dargestellte Kurve. Wendet man einen Logarithmus \log auf eine Funktion $y = ax^b$ an, so erhält man

$$\log y = \text{_____} .$$

Definiert man nun $Y = \log y$ und $X = \log x$, kann man dies umschreiben zu

_____ .

Trägt man jetzt Y gegen X auf (die doppellogarithmische Auftragung $Y(X)$), so ergibt sich eine Gerade mit der Steigung

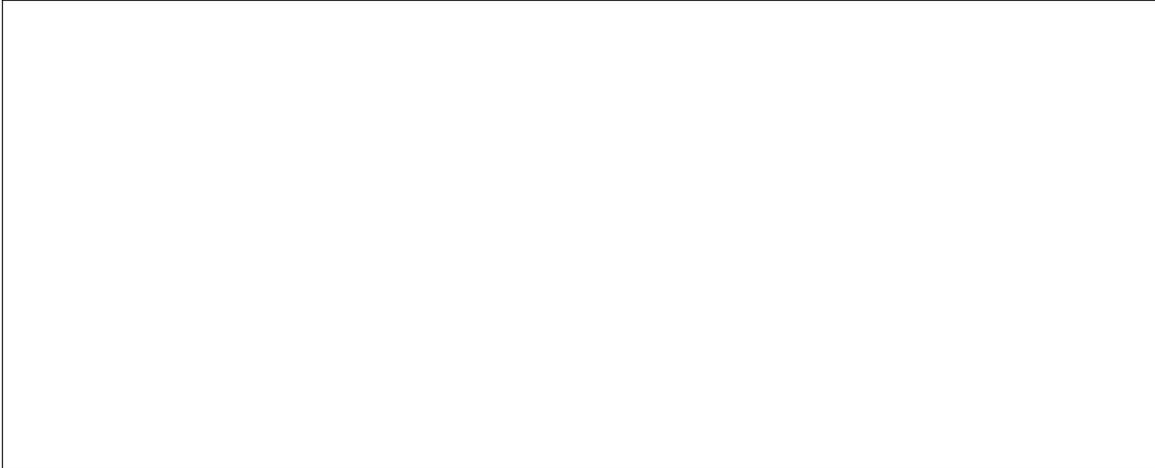
$$\frac{\partial Y}{\partial X} = \text{_____} .$$

Diese Steigung kann im Versuch mittels grafischer Geradenanpassung bestimmt werden.

2.4 Grafische Geradenanpassung

Ein schneller Weg um lineare Gesetzmäßigkeiten kleiner Mengen experimentell gemessener Werte zu bestimmen (die einen normalverteilten Fehler aufweisen) ist die grafische Geradenanpassung. Hierbei versucht man möglichst genau $2/3$ der Werte innerhalb ihrer Fehlerflächen mit einer Geraden minimaler Steigung zu treffen und noch einmal $2/3$ der Werte mit einer Geraden maximaler Steigung. Nicht getroffene Fehlerflächen sollen dabei aber jeweils

maximal im doppelten Fehlerabstand getroffen werden. Ausreißer müssen ggf. wegdiskutiert werden, hierbei hilft es sich Notizen während des Versuchs zu machen. Wenn man nun den Mittelwert (und den Fehler des Mittelwerts) der Steigungen beider Geraden bestimmt, erhält man die Steigung (und deren Fehlerwert). Damit man bei der Bestimmung der Steigungen beider eingezeichneten Geraden keine unnötigen Fehlerquellen schafft empfiehlt es sich die Steigungsdreiecke möglichst groß zu wählen. Man erhält so die Steigungen a_{min} und a_{max} . Deren Mittelwert \bar{a} und Fehler des Mittelwerts $\Delta\bar{a}$ ergibt sich (vereinfacht) zu:



2.5 Allgemeiner Zusammenhang zwischen Kraftfeld und Potenzial

Allgemein gilt

$$\mathbf{E} = -\nabla\Phi = -\left(\frac{\partial\Phi}{\partial x}\mathbf{e}_x + \frac{\partial\Phi}{\partial y}\mathbf{e}_y + \frac{\partial\Phi}{\partial z}\mathbf{e}_z\right)$$

wobei \mathbf{E} das _____ und $\nabla\Phi$ der Gradient des

_____ ist. In einem radialsymmetrischen Kontext (also nur abhängig vom Abstand zu einem Punkt), vereinfacht sich der Gradient zu

$\nabla\Phi(r) = \nabla_r\Phi(r) = \frac{\partial\Phi}{\partial r}\mathbf{e}_r$. Als Beispiel sei hier das Gravitationspotenzial $\Phi(r) = -\frac{GM}{r}$ einer Punktmasse M mit der Gravitationskonstanten G aufgeführt, welches offensichtlich nicht

winkelabhängig ist. Ihr Kraftfeld berechnet sich zu:

2.6 Konservative Kräfte

Eine Kraft \mathbf{F} nennt man konservativ, wenn ihre an einem Objekt verrichtete Arbeit $W = \int_a^b \mathbf{F}d\mathbf{s}$ unabhängig vom _____ ist. Auf geschlossenen Bahnen ist die verrichtete Arbeit somit $W = \oint \mathbf{F}d\mathbf{s} = \text{_____}$.

3 Versuchsaufbau (zu Hause, vor dem Versuchstag)

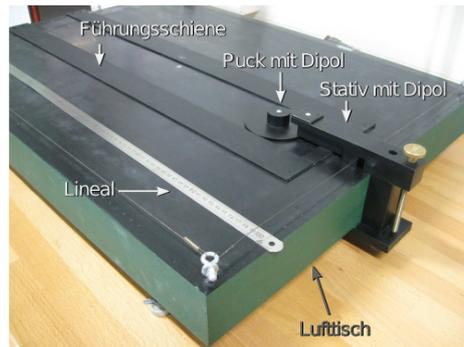


Abbildung 3.1: Foto des Versuchsaufbaus

Einer der beiden Dipole ist an einer Haltevorrichtung angebracht, die ihn in geringem Abstand über dem Lufttisch festhält. Der andere Dipol befindet sich auf einem Puck, so dass er relativ reibungsfrei über den Lufttisch gleiten kann. Über dem Lufttisch ist eine Kamera angebracht, um die Bewegung des Pucks aufzuzeichnen.

Für die Messung der Kraft zwischen den Dipolen kann einer der Lufttische mit Hilfe einer Stellschraube geneigt werden. Zur Bestimmung des Neigungswinkels und zur Abstandsmessung steht ein langes Holzlineal zur Verfügung.

3.1 Versuchsbeschreibung

Erläutern Sie *kurz*: In den Versuchsteilen soll jeweils *was* genau *wie* gemessen werden um damit später ggf. *was* zu bestimmen?

In Versuchsteil [5.2.1](#) soll ...

In Versuchsteil **5.2.2** soll ...

In Versuchsteil **5.2.3** soll ...

3.2 Versuchsziel

Ziel des Versuchs ist es, experimentell den Zusammenhang _____

4 Benötigte Formeln

Hinweise zur Herleitung finden sich in Abschnitt 8 dieser Anleitung.

Die Kraft zwischen den beiden Dipolen bei einem bestimmten Abstand bestimmen Sie aus der Länge des Lufttisches l , der Höhe des linken und des rechten Endes h_1 und h_2 , der Erdbeschleunigung g und der Puckmasse m als

$$F = mg \frac{h_1 - h_2}{l} . \quad (4.1)$$

Die potentielle Energie des zweiten Dipols im Feld des ersten bei einem bestimmten Mindestabstand b erhalten Sie aus der Anfangsgeschwindigkeit des Pucks v_0 , seiner Masse m und dem Stoßparameter a als

$$U(b) = \frac{1}{2} m v_0^2 \left(1 - \frac{a^2}{b^2} \right) . \quad (4.2)$$

Da wir uns in diesem Versuch auf die Ebene senkrecht zur Dipolachse beschränken erhalten wir für die Abstandsabhängigkeiten von Kraft und Potential die folgenden Gesetze:

$$F(r) \propto r^n \quad (4.3)$$

$$U(r) \propto r^N \quad (4.4)$$

Wegen

$$F(r) = -\nabla U(r) \quad (4.5)$$

gilt außerdem

$$N = n + 1 . \quad (4.6)$$

5 Durchführung (im Praktikum)

Lesen Sie unbedingt die Sicherheitshinweise in Abschnitt 10 für den Umgang mit Supermagneten durch, bevor Sie mit dem Versuchsaufbau spielen!

Bitte führen Sie die nachfolgenden Punkte nacheinander durch:

5.1 Eingewöhnung

Spiele Sie mit der Versuchsanordnung, wobei Sie sich mit der Beobachtungstechnik vertraut machen und Fehlerquellen erkennen sollten. Lesen Sie sich die ausliegende Bedienunganleitung für die Rechner gründlich durch.

Überprüfen Sie vor der Messung zur Potentialbestimmung, ob der Tisch waagrecht ausgerichtet ist. Legen Sie dazu den Puck in die Mitte des Tisches (außerhalb der Reichweite magnetischer Gegenstände!). Fängt er sehr schnell an, in eine bestimmte Richtung zu gleiten, so korrigieren Sie die Höhe der Standfüße des Lufttisches solange, bis der Puck liegen bleibt (ein wenig Bewegung wird immer durch den Luftstrom hervorgerufen, diese ist aber nicht in eine bestimmte Richtung orientiert).

5.2 Messung

Geben Sie für alle gemessenen Größen die zugehörigen Fehler an. Die Puckmasse wird als eine Masseinheit ($m = 1 \text{ ME}$) angenommen.

5.2.1 Bestimmen Sie die Abstandsabhängigkeit der Kraft zwischen den beiden Dipolen.

Nutzen Sie hierzu den Luftisch mit dem höhenverstellbaren Fuß. Auf den Tisch legen Sie die Führungsschiene. Nun lassen Sie den Puck-Dipol bei geneigtem Tisch in der Führungsschiene auf den fixierten Dipol zugleiten. Sobald er zur Ruhe gekommen ist, messen Sie den Gleichgewichtsabstand der Dipole (Dipolmitte). Diese Messung führen Sie für zehn verschiedene Abstände (also zehn Neigungswinkel) durch. Tragen Sie die Messwerte in Tabelle 5.1 ein.

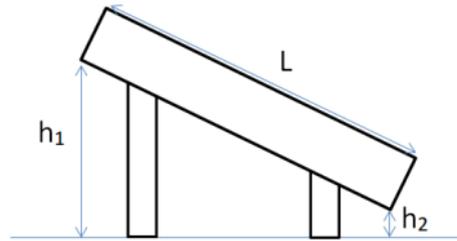


Abbildung 5.1: Skizze der Messwerte am Lufttisch

5.2.2 Bestimmen Sie den Maßstab der Kameraaufnahmen.

Legen Sie den Puck auf den ausgeschalteten Lufttisch und messen Sie den Abstand zum fixierten Dipol. Machen Sie dann eine Aufnahme mit der Kamera und drucken Sie diese (für jedes Gruppenmitglied) aus. Notieren sie den auf dem Tisch gemessenen tatsächlichen Abstand

in cm hier (mit Fehler): _____ \pm _____. Für die Aufnahmen der Puckbewegung zur Potentialbestimmung müssen Sie später exakt dieselben Einstellungen wählen, wie für diesen Maßstabsausdruck.

5.2.3 Bestimmen Sie die Abstandsabhängigkeit des Potentials zwischen den beiden Dipolen.

Nehmen Sie dazu zehn Trajektorien des Puck-Dipols im Feld des fixierten Dipols auf. Achten Sie darauf dieselben Einstellungen wie für die letzte Aufgabe für den Druck zu verwenden. Lassen Sie den Puck auf den fixierten Dipol zulaufen und zeichnen Sie die Bewegung bis *kurz* nach dem Umkehrpunkt mit der Kamera auf. Notieren Sie hier die Framerate mit der

gemessen wurde: _____. Beginnen Sie in genügend großem Abstand, so dass das Potential zwischen den Dipolen am Anfang der Bewegung vernachlässigbar ist.

#	Höhe links h_1 /cm	Höhe rechts h_2 /cm	Abstand r /cm
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
geschätzter Fehler der Messwerte			
Δ			
Länge L /cm		\pm	

Tabelle 5.1: Messwerte zu 5.2.1 Abstandsabhängigkeit

AT: _____
(Datum) (Unterschrift des Assistenten)

6 Auswertung (zu Hause)

6.1 Bestimmen Sie die Abstandsabhängigkeit der Kraft zwischen den beiden Dipolen.

Berechnen Sie aus Ihren Messungen zu 5.2.1 die Kraft nach Formel (4.1), sowie $\ln(F)$ und $\ln(r)$ und tragen sie die Werte in Tabelle 6.1 ein. Beachten Sie dabei insbesondere welche Einheiten die verwendeten Größen m , g , h und L haben. Tragen Sie nun die Ergebnisse für $F(r)$ doppelt logarithmisch auf bestimmen Sie mit Hilfe einer graphischen Geradenanpassung (große Steigungsdreiecke wählen!) den Exponenten n aus (4.3).

6.1.1 Verwendete konstante Werte

Notieren Sie *Werte und Einheiten* der verwendeten Konstanten:

$m =$ _____

$g =$ _____

$L =$ _____ \pm _____

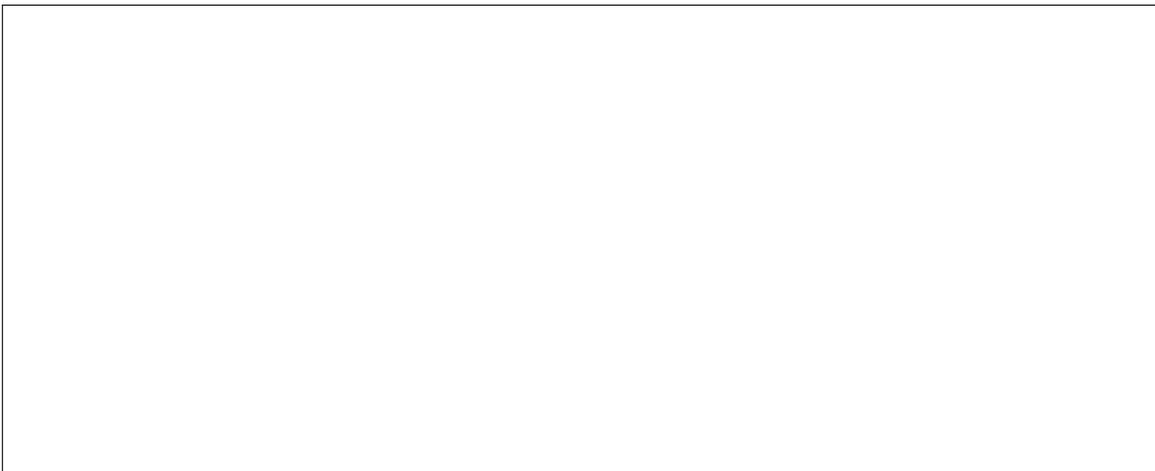
6.1.2 Formeln

Bitte tragen Sie in die Lücken nur vereinfachte Formeln, nicht deren Herleitung ein - sofern diese nicht explizit gefragt ist.

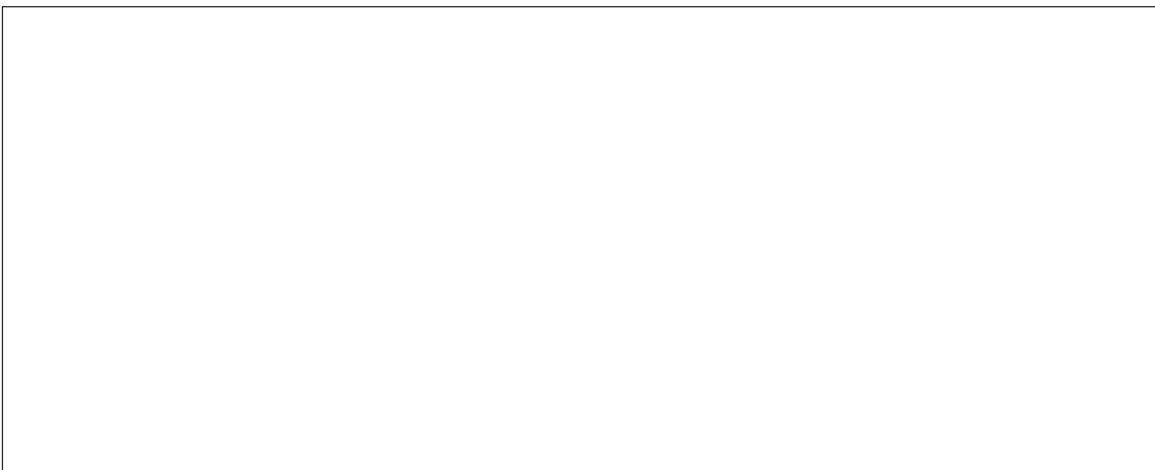
Formel, Fehlerformel und Einheit für F :



Formel und Fehlerformel der Ordinate ($Y = \ln F$):



Formel und Fehlerformel der Abszisse ($X = \ln \mathbf{r}$):



6.1.3 Tabellierte Werte

#	F	ΔF
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		

#	Y	ΔY	X	ΔX
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				

Tabelle 6.1: Auswertung Kraftfeld

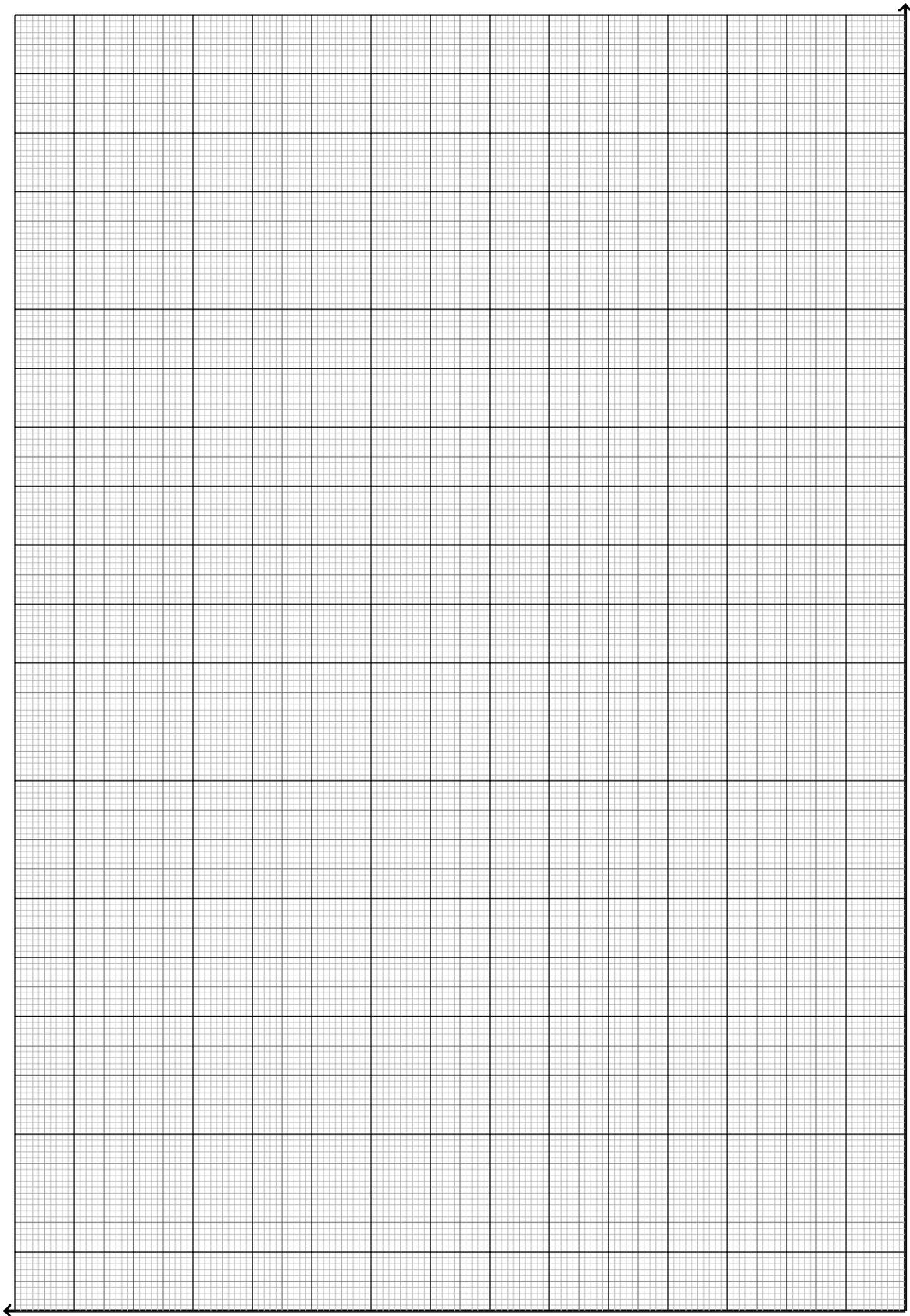


Abbildung 6.1:
Bestimmung des Exponenten n aus 4.3

6.1.4 Auswertung der Geradenanpassung

Formel und Fehlerformel wie in 2.4.

Die minimale Steigung ist $a_{min} =$ _____ .

Die maximale Steigung ist $a_{max} =$ _____ .

Die gemittelte Steigung ist $\bar{a} =$ _____ .

Der Fehler des Mittelwerts dieser Steigung ist $\Delta\bar{a} =$ _____ .

Somit ist also $n =$ _____ \pm _____ (\pm _____ %).

6.2 Bestimmen Sie den Maßstab der Kameraaufnahmen.

Auf dem Tisch gemessener Abstand T : _____ \pm _____ cm.

Auf dem Papier gemessener Abstand P : _____ \pm _____ cm.

Formel und Fehlerformel für den Maßstab M :

Maßstab M : _____ \pm _____ .

6.3 Bestimmen Sie die Abstandsabhängigkeit des Potentials zwischen den beiden Dipolen.

Berechnen Sie aus Ihren Messungen zu 5.2.3 das Potential nach Formel (4.2), sowie $\ln(U)$ und $\ln(r)$ (der Mindestabstand b entspricht r) und notieren sie die Werte in Tabelle 6.2. Tragen Sie anschließend die Ergebnisse für $U(r)$ doppelt logarithmisch in Abb. 6.2 auf und bestimmen Sie mit Hilfe einer graphischen Geradenanpassung (große Steigungsdreiecke wählen!) den Exponenten N aus (4.4).

Zunächst müssen alle Werte in den Maßstab des Tisches transferriert werden.

Die Fehlerformel für die Umrechnung der auf dem Blatt gemessenen Abstände x_i in den Maßstab $X_i = x_i \cdot M$ ist:

6.3.1 Tabellierte Werte

Geben Sie in den folgenden Lücken die Formeln, die Sie zur Ermittlung der Werte in Tabelle 6.2 benutzt haben, an.

Die Geschwindigkeit des Pucks beträgt

$$v_0 = \frac{s_{v0}}{n_t \cdot \frac{1}{\text{framerate}}} :$$

wobei s_{v0} die Länge der Strecke ist, anhand der v_0 ermittelt wird. Sie verbindet n Punkte, wobei der erste Frame den Zeitpunkt $t = 0$ markiert. Die Zeit die der Puck also für die Strecke von n Punkten benötigt beträgt somit der Zeit für $n_t = n - 1$ Frames: $t = n_t \cdot \frac{1}{\text{framerate}}$. Hierbei ist darauf zu achten, dass die Ausgangsgeschwindigkeit v_0 erst ab dem Zeitpunkt ermittelt werden darf wenn der Puck eine kontinuierliche Geschwindigkeit erreicht hat und *nicht mehr beschleunigt wird!*

Fehlerformel und Einheit der Geschwindigkeit:

Formel, Fehlerformel und Einheit des Potentials U :



Formel und Fehlerformel der Ordinate ($Y = \ln U$):



Formel und Fehlerformel der Abszisse ($X = \ln b$):



Werte auf dem Blatt gemessen (in cm)				
#	a	b	s_{v_0}	n_t
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
zugehörige Fehler				
Δ				

Werte im Maßstab des Tisches (in cm)						
#	a	Δa	b	Δb	s_{v_0}	Δs_{v_0}
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						

Tabelle 6.2: Auswertung Potenzial

berechnet mit Werten im Maßstab des Tisches				
#	v_0	Δv_0	U	ΔU
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				

Werte der doppeltlogarithmischen Auftragung zur Bestimmung von N aus (4.4)				
#	Y	ΔY	X	ΔX
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				

Tabelle 6.3: Auswertung Potenzial

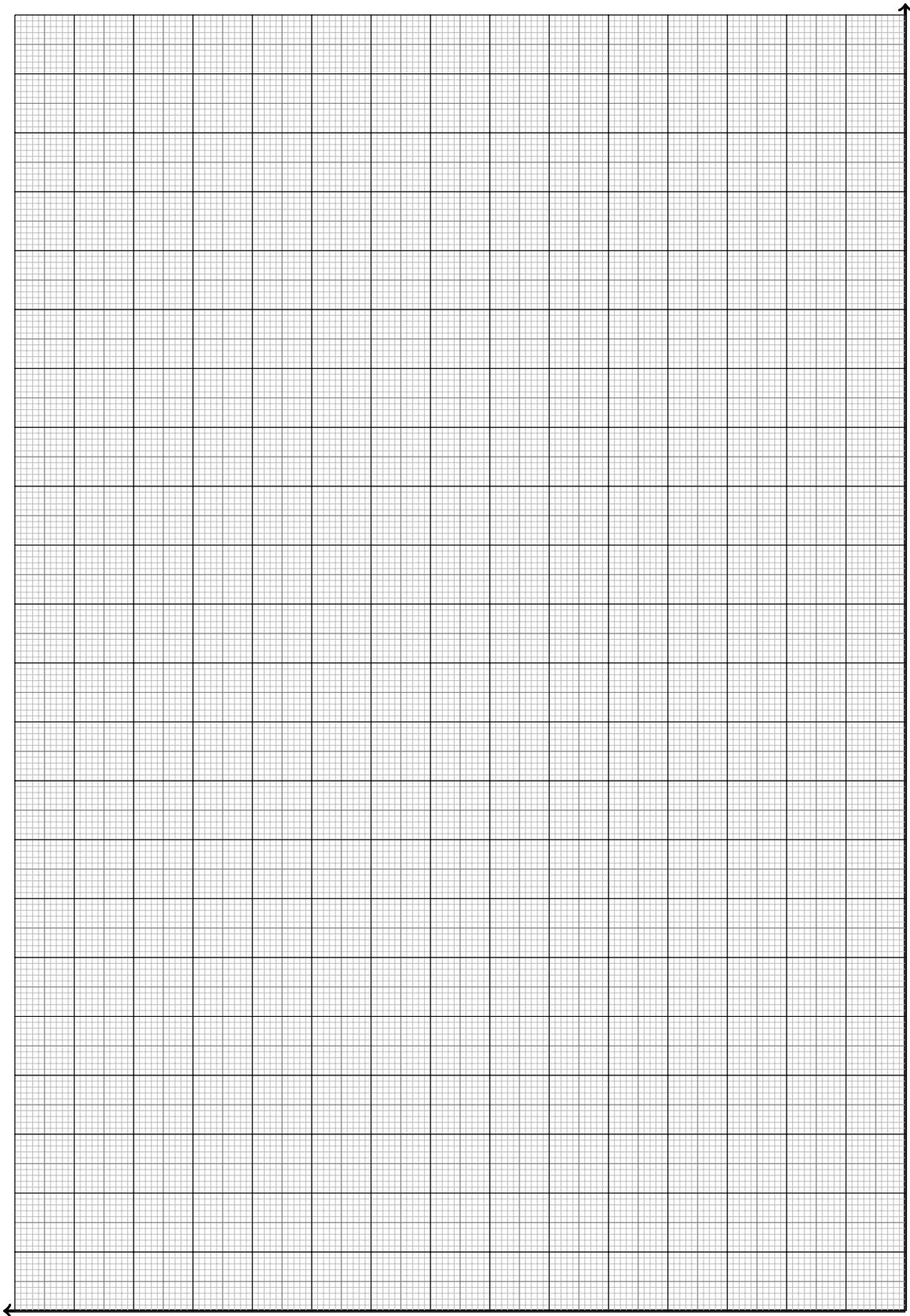


Abbildung 6.2:
Bestimmung des Exponenten N aus der Gleichung (4.4)

6.3.2 Auswertung der Geradenanpassung

Formel und Fehlerformel wie in 2.4.

Die minimale Steigung ist $a_{min} =$ _____ .

Die maximale Steigung ist $a_{max} =$ _____ .

Die gemittelte Steigung ist $\bar{a} =$ _____ .

Der Fehler des Mittelwerts dieser Steigung ist $\Delta\bar{a} =$ _____ .

Somit ist also $N =$ _____ \pm _____ (\pm _____ %).

Fehlerquellen

Welche Fehlerquellen gibt es in diesem Versuch?

Feedback

Sie sind die erste Studentin/ der erste Student, der diese präskriptive Auswertung bearbeiten muss. Gibt es etwas das Sie an der Versuchsanleitung inhaltlich oder technisch ändern würden? Ist beispielsweise etwas nicht oder unzureichend erklärt, Lücken zu klein etc.? Änderungsvorschläge werden wir ggf. schon für die nächsten Studenten umsetzen.

8 Anhang: Hinweise zur Herleitung der Formeln

8.1 Kraft zwischen zwei Dipolen

Bei einem zylinderförmigen magnetischen Dipol ist das Magnetfeld rotationssymmetrisch um die Dipolachse. Die Magnetfeldlinien verlaufen vom Nord zum Südpol wie in Abb. 8.1 skizziert.

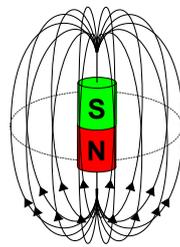


Abbildung 8.1: Schematische Darstellung der Magnetfeldlinien eines zylinderförmigen Dipols.

Bringt man nun einen zweiten Dipol in das Feld des ersten, so werden die Magnetfeldlinien verzerrt. Magnetfeldlinien gleicher Richtung versuchen einander auszuweichen, während solche entgegengesetzter Richtung verschmelzen können. Wenn man also zwei entgegengesetzt ausgerichtete magnetische Dipole nebeneinander hält entstehen auch Magnetfeldlinien die vom Nordpol des einen zum Südpol des anderen Magneten laufen. Dieses Verhalten ist in Abb. 8.2 skizziert. Die so positionierten Dipole üben nun Kräfte aufeinander aus. Dabei gilt, gleiche Pole stoßen sich ab, unterschiedliche Pole ziehen sich an.

Wenn man festlegt, dass die Dipole parallel ausgerichtet sind und sich auf gleicher Höhe befinden, ist die potentielle Energie zwischen den beiden Dipolen gegeben durch

$$U(r) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{1}{r^3} \mu_1 \mu_2 , \quad (8.1)$$

dabei ist r der Abstand der Dipole, μ_0 ist die magnetische Feldkonstante, μ_1 und μ_2 sind die Dipolmomente von Dipol 1 bzw. 2. Das Dipolmoment beschreibt die Stärke eines magnetischen Dipols und durch ein Vorzeichen auch die Ausrichtung.

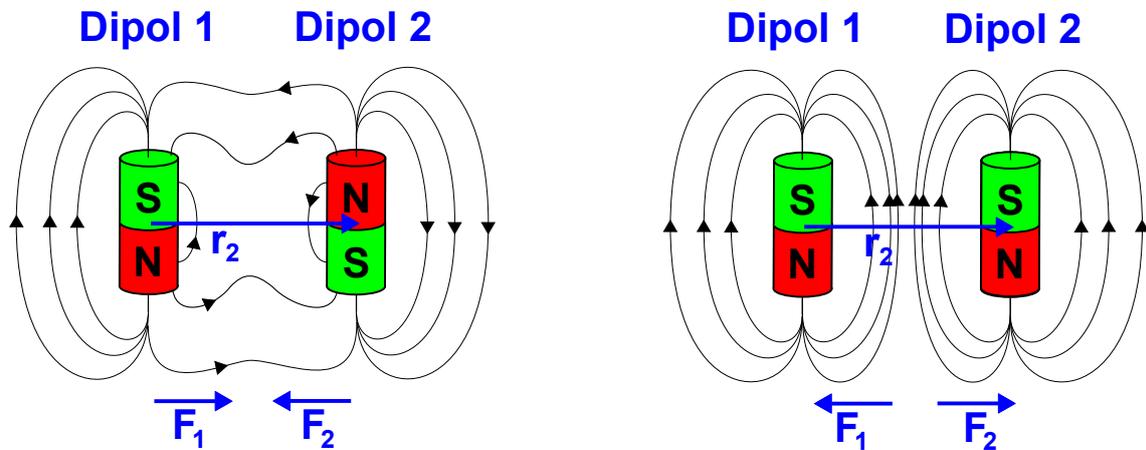


Abbildung 8.2: Zur Veranschaulichung der Kraft zweier Dipole aufeinander. Die Magnetfeldlinien sind hier nur in der Ebene in der die beiden Dipole liegen schematisch dargestellt. \vec{r}_2 ist der Verbindungsvektor vom kraftverursachenden Dipol 1 zum betrachteten Dipol 2. \vec{F}_2 ist die durch Dipol 1 auf Dipol 2 wirkende Kraft. Dementsprechend übt Dipol 2 auf Dipol 1 die entgegengesetzte Kraft \vec{F}_1 aus. Linke Abbildung: Zwei entgegengesetzt ausgerichtete Dipole. Die Magnetfeldlinien zwischen den Dipolen verbinden sich, die Dipole ziehen sich an. Rechte Abbildung: Zwei gleich ausgerichtete Dipole. Die Magnetfeldlinien zwischen den Dipolen werden gestaucht, die Dipole stoßen sich ab.

Die Kraft zwischen den Dipolen erhält man aus dem Potential als

$$\begin{aligned}
 \vec{F}(\vec{r}) &= -\vec{\nabla}U(\vec{r}) \\
 &= -\frac{\mu_0}{4\pi}\mu_1\mu_2 \cdot \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} (x^2 + y^2 + z^2)^{-\frac{3}{2}} \\ \frac{\partial}{\partial y} (x^2 + y^2 + z^2)^{-\frac{3}{2}} \\ \frac{\partial}{\partial z} (x^2 + y^2 + z^2)^{-\frac{3}{2}} \end{pmatrix} \\
 &= \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{3}{r^5} \mu_1\mu_2 \vec{r} \\
 &= \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{3}{r^4} \mu_1\mu_2 \vec{e}_r . \tag{8.2}
 \end{aligned}$$

$\vec{r} = r\vec{e}_r$ ist der Verbindungsvektor vom kraftverursachenden Dipol zum betrachteten Dipol, \vec{e}_r der Einheitsvektor, der in dieselbe Richtung zeigt. Man erkennt also, dass die Kraft

bei gleich ausgerichteten Dipolen vom kraftverursachenden Dipol wegzeigt (Abstoßung) bei entgegengesetzt ausgerichteten Dipolen haben μ_1 und μ_2 verschiedene Vorzeichen, die Kraft zeigt also in die entgegengesetzte Richtung wie der Verbindungsvektor (Anziehung).

8.2 Bestimmung des Potentials

Die Abstandsabhängigkeit des Potentials wird ermittelt, indem man für verschiedene Bewegungen des Dipols 2 (Puck) im Feld des Dipols 1 (fixiert) das Potential im Umkehrpunkt berechnet (vergleiche Abbildung 8.3). Dazu betrachten wir zunächst Energie E und Drehimpuls L . Im Startpunkt der Bewegung gilt:

$$E_0 = \frac{1}{2}mv_0^2 \quad (8.3)$$

$$L_0 = mav_0 \quad (8.4)$$

wobei die potentielle Energie im Startpunkt Null sein soll. m ist die Masse des Pucks mit dem Dipol, v seine Geschwindigkeit. Im Umkehrpunkt gilt:

$$E_b = \frac{1}{2}mv_b^2 + U(b) \quad (8.5)$$

$$L_b = mbv_b \quad (8.6)$$

Dabei ist $U(b)$ die potentielle Energie des Pucks im Umkehrpunkt. Mit Hilfe der Erhaltungssätze für Energie und Drehimpuls folgt daraus für das Potential im Umkehrpunkt

$$U(b) = \frac{1}{2}mv_0^2 \left(1 - \frac{a^2}{b^2}\right). \quad (8.7)$$

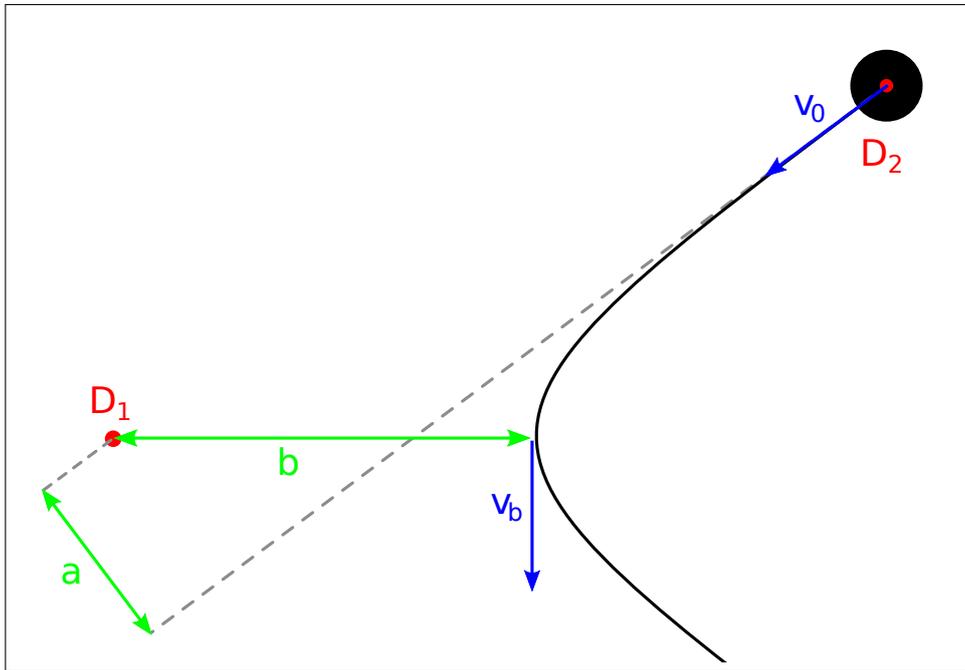


Abbildung 8.3: Zur Berechnung des Potentials im Umkehrpunkt.

9 Literatur

- Fehlerrechnung:
http://www.astro.uni-koeln.de/teaching_seminars/AP/
<http://www.ph2.uni-koeln.de/fileadmin/Lehre/Anfaengerpraktikum/Fehler.pdf>
- Demtröder: Experimentalphysik 1, Springer, 2001
http://www.ub.uni-koeln.de/digital/e_books/springer_links/index_ger.html
- Jackson: Klassische Elektrodynamik
- Meschede und Gerthsen: Physik, Springer, Berlin, 21. Aufl., 2002
http://www.ub.uni-koeln.de/digital/e_books/springer_links/index_ger.html
- Tipler: Physik, Heidelberg, Spektrum, Akad. Verlag, 1994

10 Sicherheitshinweise

Dieser Versuchsaufbau enthält Supermagnete, bitte beachten Sie die vom Hersteller empfohlenen Sicherheitsabstände in Tabelle 10.1. Der Vollständigkeit halber finden Sie in Abb. 10.1 und 10.2 auch alle übrigen Sicherheitshinweise für den Umgang mit Supermagneten. Diese sind bei ordnungsgemäßem Umgang mit dem Versuchsaufbau und Beachtung der Sicherheitsabstände jedoch nicht relevant.

Informieren Sie bei Defekten an Bestandteilen des Aufbaus Ihren Betreuer und versuchen Sie nicht selbst Teile zu demontieren.

Gegenstand	Magnetfeld schädlich ab	Mindestabstand
hochwertige Magnetkarte (Kreditkarte, EC-Karte, Bankkarte)	40 mT	1,5 cm
billige Magnetkarte (Parkhaus, Messeintritt)	3 mT	4,2 cm
Herzschrittmacher neu	1 mT	6,2 cm
Herzschrittmacher alt	0,5 mT	8,0 cm
Mechanische Uhr, anti-magnetisch gem ISO 746	6 mT	3,2 cm
Mechanische Uhr, nicht anti-magnetisch	0,05 mT	17,6 cm
Hörgerät	20 mT	2 cm
Fahrzeugschlüssel	keine Gefahr	
USB-Stick, Speicherkarten	keine Gefahr	
Festplatte	keine Gefahr	

Tabelle 10.1: Empfohlene Sicherheitsabstände für die im Versuch verwendeten Supermagnete (nach <http://www.supermagnete.de>)

Hinweise für den sicheren Umgang mit Supermagneten

<p>Gefahr</p> 	<p>Verschlucken</p> <p>Kinder können kleine Magnete verschlucken. Wenn mehrere Magnete verschluckt werden, können diese sich im Darm festsetzen und lebensgefährliche Komplikationen verursachen.</p> <p>Magnete sind kein Spielzeug! Stellen Sie sicher, dass die Magnete nicht in die Hände von Kindern gelangen.</p>
<p>Gefahr</p> 	<p>Elektroleitfähigkeit</p> <p>Magnete sind aus Metall und leiten elektrischen Strom. Kinder können versuchen, Magnete in eine Steckdose zu stecken und dabei einen Stromschlag erleiden.</p> <p>Magnete sind kein Spielzeug! Stellen Sie sicher, dass die Magnete nicht in die Hände von Kindern gelangen.</p>
<p>Warnung</p> 	<p>Quetschungen</p> <p>Grosse Magnete haben eine sehr starke Anziehungskraft.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Bei unvorsichtiger Handhabung können Sie sich die Finger oder Haut zwischen zwei Magneten einklemmen. Das kann zu Quetschungen und Blutergüssen an den betroffenen Stellen führen. • Sehr grosse Magnete können durch ihre Kraft Knochenbrüche verursachen. <p>Tragen Sie bei der Handhabung von grösseren Magneten dicke Schutzhandschuhe.</p>
<p>Warnung</p> 	<p>Herzschrittmacher</p> <p>Magnete können die Funktion von Herzschrittmachern und implantierten Defibrillatoren beeinflussen.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Ein Herzschrittmacher kann in den Testmodus geschaltet werden und Unwohlsein verursachen. • Ein Defibrillator funktioniert unter Umständen nicht mehr. <ul style="list-style-type: none"> • Halten Sie als Träger solcher Geräte einen genügenden Abstand zu Magneten ein: www.supermagnete.ch/faq/distance • Warnen Sie Träger solcher Geräte vor der Annäherung an Magnete.
<p>Warnung</p> 	<p>Schwere Gegenstände</p> <p>Zu hohe oder ruckartige Belastungen, Ermüdungserscheinungen sowie Materialfehler können dazu führen, dass sich ein Magnet oder Magnethaken von seinem Haftgrund löst. Herunterfallende Gegenstände können zu schweren Verletzungen führen.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Die angegebene Haftkraft wird nur unter idealen Bedingungen erreicht. Rechnen Sie einen hohen Sicherheitsfaktor ein. • Verwenden Sie Magnete nicht an Orten, wo bei Materialversagen Personen zu Schaden kommen können.
<p>Warnung</p> 	<p>Metall-Splitter</p> <p>Magnete sind spröde. Wenn zwei Magnete kollidieren, können sie zersplittern. Scharfkantige Splitter können meterweit weg geschleudert werden und Ihre Augen verletzen.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Vermeiden Sie Kollisionen von Magneten. • Tragen Sie bei der Handhabung von grösseren Magneten eine Schutzbrille. • Achten Sie darauf, dass umstehende Personen ebenfalls geschützt sind oder Abstand halten.
<p>Vorsicht</p> 	<p>Magnetisches Feld</p> <p>Magnete erzeugen ein weit reichendes, starkes Magnetfeld. Sie können unter anderem Fernseher und Laptops, Computer-Festplatten, Kreditkarten und EC-Karten, Datenträger, mechanische Uhren, Hörgeräte und Lautsprecher beschädigen.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Halten Sie Magnete von allen Geräten und Gegenständen fern, die durch starke Magnetfelder beschädigt werden können. • Beachten Sie unsere Tabelle mit empfohlenen Abständen: www.supermagnete.ch/faq/distance
<p>Vorsicht</p> 	<p>Entflammbarkeit</p> <p>Beim mechanischen Bearbeiten von Magneten kann sich der Bohrstaub leicht entzünden.</p> <p>Verzichten Sie auf das Bearbeiten von Magneten oder verwenden Sie geeignetes Werkzeug und genügend Kühlwasser.</p>

Abbildung 10.1: Sicherheitshinweise des Herstellers für den Umgang mit Supermagneten

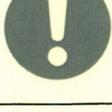
Vorsicht 	<p>Nickel-Allergie</p> <p>Viele unserer Magnete weisen Beschichtungen auf, die Nickel enthalten.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Manche Menschen reagieren allergisch auf den Kontakt mit Nickel. • Nickel-Allergien können sich bei dauerndem Kontakt mit vernickelten Gegenständen entwickeln. <ul style="list-style-type: none"> • Vermeiden Sie dauerhaften Hautkontakt mit nickelbeschichteten Magneten. • Verzichten Sie auf den Umgang mit Magneten, wenn Sie bereits eine Nickelallergie haben.
Vorsicht 	<p>Luftfracht</p> <p>Magnetfelder von nicht sachgemäss verpackten Magneten können die Navigationsgeräte von Flugzeugen beeinflussen. Im schlimmsten Fall kann dies zu einem Unfall führen.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Versenden Sie Magnete nur in Verpackungen mit genügender magnetischer Abschirmung per Luftfracht. • Beachten Sie die einschlägigen Vorschriften: www.supermagnete.ch/faq/airfreight
Vorsicht 	<p>Postversand</p> <p>Magnetfelder von nicht sachgemäss verpackten Magneten können Störungen an Sortiergeräten verursachen und empfindliche Güter in anderen Paketen beschädigen.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Beachten Sie unsere Tipps für den Versand: www.supermagnete.ch/faq/shipping • Verwenden Sie eine grosszügig bemessene Schachtel und platzieren Sie die Magnete mit Hilfe von Füllmaterial in der Mitte des Paketes. • Ordnen Sie die Magnete in einem Paket so an, dass sich die Magnetfelder gegenseitig neutralisieren. • Verwenden Sie wenn nötig Eisenbleche, um das Magnetfeld abzuschirmen. • Für den Versand per Luftfracht gelten strengere Regeln: Beachten Sie den Warnhinweis "Luftfracht".
Hinweis 	<p>Wirkung auf Menschen</p> <p>Magnetfelder von Dauermagneten haben nach gegenwärtigem Wissensstand keine messbare positive oder negative Auswirkung auf den Menschen. Eine gesundheitliche Gefährdung durch das Magnetfeld eines Dauermagneten ist unwahrscheinlich, kann aber nicht vollkommen ausgeschlossen werden.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Vermeiden Sie zu Ihrer Sicherheit einen dauernden Kontakt mit den Magneten. • Bewahren Sie grosse Magnete mindestens einen Meter von Ihrem Körper entfernt auf.
Hinweis 	<p>Absplittern der Beschichtung</p> <p>Die meisten unserer Magnete weisen zum Schutz vor Korrosion eine dünne Nickel-Kupfer-Nickel-Beschichtung auf. Diese Beschichtung kann durch Kollisionen oder grossen Druck absplittern oder Risse erhalten. Dadurch werden die Magnete empfindlicher gegenüber Umwelteinflüssen wie Feuchtigkeit und können oxidieren.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Trennen Sie grosse Magnete, insbesondere Kugeln, mit einem Stück Pappe voneinander. • Vermeiden Sie generell Kollisionen zwischen Magneten sowie wiederholte mechanische Belastungen (z.B. Schläge).
Hinweis 	<p>Oxidation, Korrosion, Rost</p> <p>Unbehandelte Magnete oxidieren sehr schnell und zerfallen dabei.</p> <p>Die meisten unserer Magnete weisen zum Schutz vor Korrosion eine dünne Nickel-Kupfer-Nickel-Beschichtung auf. Diese Beschichtung bietet einen gewissen Schutz gegen Korrosion, ist aber nicht widerstandsfähig genug für den dauernden Ausseninsatz.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Setzen Sie die Magnete nur im trockenen Innenbereich ein oder schützen Sie die Magnete vor Umwelteinflüssen. • Vermeiden Sie Verletzungen der Beschichtung.
Hinweis 	<p>Temperaturbeständigkeit</p> <p>Magnete haben eine begrenzte maximale Einsatztemperatur. Je nach Magnetmaterial liegt diese zwischen 80 und 220 °C. Die meisten unserer Magnete verlieren bei Temperaturen ab 80 °C dauerhaft einen Teil ihrer Haftkraft.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Verwenden Sie die Magnete nicht an Orten, wo sie grosser Hitze ausgesetzt sind. • Wenn Sie einen Kleber verwenden, härten Sie diesen nicht mittels Heissluft.
Hinweis 	<p>Mechanische Bearbeitung</p> <p>Magnete sind spröde, hitzeempfindlich und oxidieren leicht.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Beim Bohren oder Sägen eines Magneten mit ungeeignetem Werkzeug kann der Magnet zerbrechen. • Durch die entstehende Wärme kann der Magnet entmagnetisiert werden. • Wegen der beschädigten Beschichtung wird der Magnet oxidieren und zerfallen. <p>Verzichten Sie auf das mechanische Bearbeiten von Magneten, wenn Sie nicht über die notwendigen Maschinen und Erfahrung verfügen. Lassen Sie sich stattdessen ein Angebot für eine Massanfertigung erstellen: www.supermagnete.ch/custom_form.php</p>

Abbildung 10.2: Sicherheitshinweise des Herstellers für den Umgang mit Supermagneten