

I. Physikalisches Institut  
Universität zu Köln

# M9: Oberflächenspannung



## PRAKTIKUM A FÜR NEBENFÄCHLER

Version vom 16. November 2022

Abzugeben bis: \_\_\_\_\_

Assistent: \_\_\_\_\_

Gruppenmitglieder: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

## Wichtige Informationen

Zur Bearbeitung ist es zwingend erforderlich, dass Sie sich mit den Grundlagen der Fehlerrechnung (u. a. Gaußsche Fehlerfortpflanzung, (gewichteter) Fehler des Mittelwerts, grafische Geradenanpassung) vertraut machen. Informationen dazu finden Sie beispielsweise im Dokument „allgemeine Hilfen für das Praktikum A“ auf der Webseite des A-Praktikums<sup>a</sup>.

Aufgrund des Umfangs dieses Versuchs ist es nötig die Blätter mittels Schnellhefter o. ä. zu binden. Bitte lochen Sie die Blätter und heften Sie diese sorgfältig ein. Sollte die Form der Abgabe nicht den Regularien entsprechen, kann die\*der Assistent\*in die Annahme der Auswertung verweigern.

Versuchen Sie innerhalb der vorgegebenen Lücken zu bleiben. Diese geben ungefähr den an entsprechender Stelle erwarteten Umfang vor. Sollte der Platz dennoch nicht ausreichen, fügen Sie ganze Blätter ein, auf welchen deutlich markiert ist, was wozu gehört.

Beachten Sie bitte, dass alle entsprechenden Lücken und Fragestellungen ausgefüllt und beantwortet werden müssen. Insbesondere sind Lücken bis hin zum Messprotokoll bereits vor dem Versuchstag zu bearbeiten. Dies müssen Sie vor Ort nachweisen und wichtige Inhalte frei wiedergeben können. Es wird davon ausgegangen, dass alle Gruppenmitglieder die vollständige Anleitung durchgelesen und verstanden haben. Sollten Sie am Versuchstag nicht ausreichend auf den Versuch vorbereitet sein, wird die\*der Assistent\*in Sie nicht am Versuch teilnehmen lassen.

Die Abgabe muss alle Seiten umfassen, insbesondere aber Seiten mit auszufüllenden Lücken. Dazu gehören in jedem Fall die Titelseite, die Vorbereitung, das Messprotokoll und die Auswertung mit Diskussion.

---

Alle auf dem Deckblatt aufgeführten Gruppenmitglieder sind für die Bearbeitung und fristgerechte Abgabe des Versuchsberichts bzw. dessen erforderlichen Korrekturen zuständig und verantwortlich. Des Weiteren wird davon ausgegangen, dass Sie sich mit den Regeln des A-Praktikums<sup>a</sup> vertraut gemacht haben.

<sup>a</sup> zu finden unter: <https://www.astro.uni-koeln.de/AP/>

Es ist nicht notwendig, den Anhang mit auszudrucken. Allerdings kann dieser gerade bei Detailfragen enorm weiterhelfen und soll durchgelesen und verstanden sein.

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Vorbereitung (vor dem Praktikum, zu Hause)</b>	<b>2</b>
2.1	Begriffe und Gesetzmäßigkeiten . . . . .	2
<b>3</b>	<b>Versuchsaufbau und -beschreibung</b>	<b>4</b>
3.1	Steighöhe in der Kapillare . . . . .	5
3.2	Gegendruckmethode . . . . .	5
<b>4</b>	<b>Sicherheitshinweise</b>	<b>7</b>
<b>5</b>	<b>Durchführung (im Praktikum)</b>	<b>7</b>
<b>6</b>	<b>Auswertung (zu Hause)</b>	<b>10</b>
6.1	Bestimmung des Kapillarradius . . . . .	10
6.2	Steighöhenmethode . . . . .	12
6.3	Gegendruckmethode . . . . .	13
<b>7</b>	<b>Diskussion</b>	<b>15</b>
<b>8</b>	<b>Quellen und weiterführende Literatur</b>	<b>17</b>
<b>9</b>	<b>Anhang</b>	<b>18</b>
9.1	Gaußsche Fehlerfortpflanzung . . . . .	18

# 1 Einleitung

In diesem Versuch ermitteln Sie die Oberflächenspannungen von drei Testflüssigkeiten mit Hilfe der Kapillarität, häufig auch als Kapillareffekt bezeichnet. Dazu verwenden Sie zwei verschiedene Methoden:

- a) die Steighöhenmethode, bei welcher eine Glaskapillare unter Atmosphärendruck mit der Flüssigkeit in Kontakt gebracht wird, sodass die Flüssigkeit in der Kapillare steigt
- b) die Gegendruckmethode, welche einen Überdruck im Aufbau durch den hydrostatischen Druck eines mit Wasser gefüllten U-Rohr-Manometers veranschaulicht, wobei dieser Druck der Kombination von hydrostatischem Druck und Kapillardruck der Probenflüssigkeit entspricht

Ob eine Flüssigkeit in einer Kapillare steigt, ist abhängig vom Benetzungsverhalten bei Kontakt der Flüssigkeit mit der Oberfläche eines Festkörpers. Dieses Verhalten wird insbesondere durch Adhäsion und Kohäsion beschrieben. Im Fall der Benetzung wird die Schwerkraft überwunden und die Flüssigkeit steigt in einer Kapillare bis zu einem Punkt, welcher von verschiedenen Faktoren abhängt, wie unter anderem der Oberflächenspannung, um welche es in diesem Versuch geht.



**Abbildung 1:** Die Blüte der Lotosblume steht in großen Teilen Asiens für Reinheit. Bei Kontakt eines Lotosblatts mit Wasser wird die Oberflächenspannung verdeutlicht, da Wassertropfen aufgrund dieser und der chemischen Beschaffenheit des Blatts abperlen.

## 2 Vorbereitung (vor dem Praktikum, zu Hause)

Der folgende Abschnitt bezieht sich auf theoretische Überlegungen und Grundlagen dieses Versuchs.

Beachten Sie bitte, dass die Lücken in diesem Abschnitt auszufüllen sind und am Versuchstag vorgezeigt werden müssen. Um an dem Versuch teilnehmen zu können, müssen Sie die Anleitung vollständig gelesen und verstanden haben und allgemein auf den Versuch vorbereitet sein.

### 2.1 Begriffe und Gesetzmäßigkeiten

Geben Sie die Definition der spezifischen Oberflächenenergie (auch bekannt als Oberflächenspannung) in eigenen Worten wieder. Nennen Sie auch deren Einheit und Größenordnungen.

---

---

---

---

---

Nennen Sie vier zwischenmolekulare Kräfte (elektromagnetische Wechselwirkungen im intermolekularen Bereich).

- \_\_\_\_\_
- \_\_\_\_\_
- \_\_\_\_\_
- \_\_\_\_\_

Was ist hydrostatischer Druck und wie lautet die dazugehörige Formel?

---

---

---

Nennen Sie die zwei grundlegenden Ursachen, von welchen Kapillarität abhängt, und beschreiben Sie kurz und bündig wie diese funktionieren.

\_\_\_\_\_ :

---

---

\_\_\_\_\_ :

---

---

Erklären Sie den Begriff Benetzung im Zusammenhang von Flüssigkeiten in Kontakt mit Oberflächen von Festkörpern.

---

---

Welche drei Benetzungsarten gibt es?

- \_\_\_\_\_
- \_\_\_\_\_
- \_\_\_\_\_

Erläutern Sie kurz mit Hilfe von Formeln die folgenden Begriffe.

Dichte: \_\_\_\_\_

---

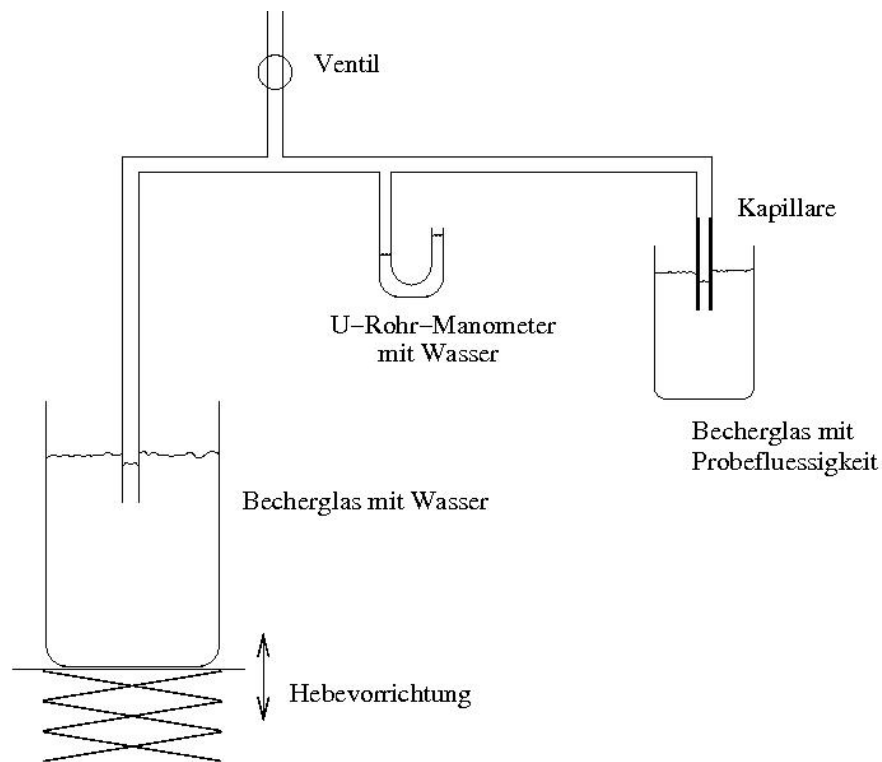
spezifisches Gewicht (Wichte): \_\_\_\_\_

---

Auftriebskraft: \_\_\_\_\_

---

### 3 Versuchsaufbau und -beschreibung



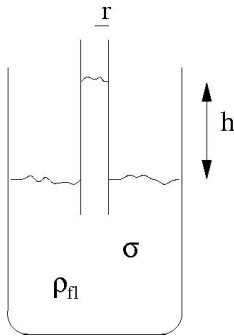
**Abbildung 2:** Skizze des Versuchsaufbaus

In einem kleinen Becherglas befindet sich eine unbekannte Probeflüssigkeit (siehe Abb. 2, rechts im Bild), deren Oberflächenspannung  $\sigma$  ermittelt werden soll. Dazu wird ein Glasröhrchen mit Kapillare des Radius  $r$  in diese Testflüssigkeit gesteckt. Durch Öffnen des Ventils kann die Steighöhe der Flüssigkeit in der Kapillare unter Normaldruck (Atmosphärendruck) bestimmt werden. Alternativ kann bei geschlossenem Ventil der Luftdruck in der Kapillare mit Hilfe des mit Wasser gefüllten Becherglases (links im Bild) erhöht werden, wobei dieser Druck in dem Röhrensystem dann am ebenfalls mit Wasser gefüllten U-Rohr-Manometer ablesbar ist.

Zubehör:

- 3 kleine Bechergläser (für die Probeflüssigkeiten; alternativ reicht ein Becherglas, wenn dieses bei jedem Flüssigkeitswechsel gereinigt wird)
- 1 großes Becherglas (für Wasser)
- 1 Glasröhrchen mit Kapillare
- Messaufbau (zur Bestimmung der Oberflächenspannung)
- Kathetometer (beispielsweise zum Messen der Steighöhe in der Kapillare)
- Wasserstrahlpumpe (zum Reinigen und Trocknen der Kapillare)
- elektrische Waage (zum Wiegen der Kapillare)

### 3.1 Steighöhe in der Kapillare



**Abbildung 3:** Schema der Steighöhenmethode

Die Probenflüssigkeit mit der Oberflächenspannung  $\sigma$  und der Dichte  $\rho_{fl}$  erreicht in der Kapillare mit Radius  $r$  eine Steighöhe  $h$  (siehe Skizze). Mit der Definition der Oberflächenspannung  $\sigma = \frac{dE}{dA}$  (es wird eine Energie  $dE$  benötigt um die Oberfläche um  $dA$  zu vergrößern) und dem Energieerhaltungssatz lässt sich  $\sigma$  folgendermaßen bestimmen:

Um die Flüssigkeitssäule der Höhe  $h$  und Masse  $m$  um ein Stück  $dh$  der Schwerkraft entgegengesetzt anzuheben, wird eine entsprechende Menge an potentieller Energie benötigt,

$$dE_{\text{pot}} = m g dh = \rho_{fl} V g dh = \rho_{fl} \pi r^2 h g dh. \quad (1)$$

Im Fall einer Benetzung ist es energetisch günstiger für die Flüssigkeit, wenn sie sich auf der planen Oberfläche des Festkörpers ausbreitet, bis sich ein entsprechender Kontaktwinkel zwischen horizontaler Fläche und Flüssigkeitsoberfläche einstellt. Bei einer Kapillare wird diese Oberflächenvergrößerung erreicht, indem die Flüssigkeit die Innenwand des Röhrchens entsprechend stark benetzt, sich also darin ausbreitet. Da die Kapillare ein zylinderförmiger Hohlraum ist, entspricht hier die Oberflächenvergrößerung der Zylindermantelfläche für die Steighöhe der Flüssigkeit,

$$dA = 2 \pi r dh. \quad (2)$$

Dabei „zieht“ sich die Flüssigkeit also soweit an der Innenwand der Kapillare hoch, bis ein Gleichgewicht zwischen der Energie der Benetzung,

$$dE_A = \sigma 2 \pi r dh, \quad (3)$$

und der durch die Schwerkraft bedingten potentiellen Energie (siehe Gl. (1)) besteht. Die im Gleichgewicht erreichte Höhe  $h$  entspricht damit dem Minimum der Differenz der beiden Energien  $E(h)$ .

$$\frac{d}{dh} E(h) = \frac{d}{dh} (E_{\text{pot}} - E_A) = 0 \quad (4)$$

$$\Rightarrow \sigma = \frac{1}{2} \rho_{fl} r h g \quad (5)$$

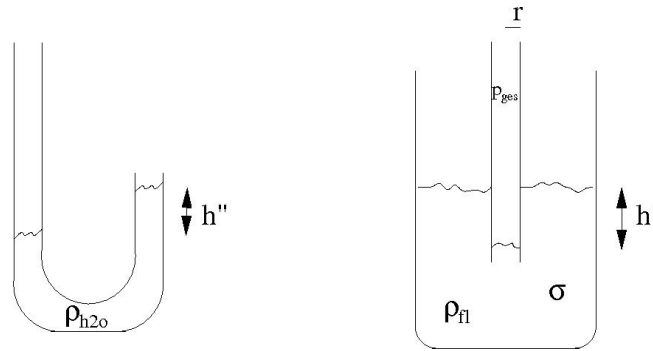
Mit diesem Zusammenhang lässt sich also die Oberflächenspannung  $\sigma$  aus der Steighöhe  $h$  bei Atmosphärendruck bestimmen (d. h. bei geöffnetem Ventil).

### 3.2 Gegendruckmethode

Durch Erzeugen eines Überdrucks  $p_{\text{ges}}$  lässt sich die Höhe der Flüssigkeitssäule in der Kapillare unter die äußere Flüssigkeitsoberfläche drücken (siehe Abb. 4, rechts). Der oberhalb der Flüssigkeitssäule vorherrschende Druck wird am U-Rohr-Manometer deutlich als

$$p_{\text{ges}} = \rho_{\text{H}_2\text{O}} g h''. \quad (6)$$





**Abbildung 4:** Darstellung der Gegendruckmethode

Es gilt

$$p_{\text{ges}} = p_{\text{kap}} + p_{\text{hyd}}, \quad (7)$$

wobei

$$p_{\text{hyd}} = \rho_{\text{fl}} g h' \quad (8)$$

der Druck aufgrund des Höhenunterschiedes  $h'$  in der Kapillare (hydrostatischer Druck) und

$$p_{\text{kap}} = \frac{2\sigma}{r} \quad (9)$$

der Kapillardruck aufgrund der Oberflächenspannung ist. Der Kapillardruck ist vorstellbar als der Druck, welcher die Flüssigkeitssäule bei  $h' = 0$  (für eine beliebige Einheit) weiter nach oben treiben will (vgl. mit der Wassersäule der Steighöhe  $h$  in Abb. 3).

Zusammengefasst ergibt sich

$$\sigma = \frac{1}{2} r g (\rho_{\text{H}_2\text{O}} h'' - \rho_{\text{fl}} h'). \quad (10)$$

## 4 Sicherheitshinweise

Bitte beachten Sie die allgemeinen Sicherheitshinweise, die in der Praktikumseinleitung dargelegt wurden. Bitte auch Vorsicht beim Umgang mit den Chemikalien. Trinken Sie auf keinen Fall die Flüssigkeiten und vermeiden Sie, intensiv daran zu riechen!

Das Kathetometer ist ein sehr empfindliches Messgerät. Betätigen Sie die Verstellschrauben bitte gefühlvoll und wenden Sie am Endanschlag der Schrauben keine Gewalt an. Einige Versuchsbestandteile, wie zum Beispiel Vorratsbehälter und Kapillarröhrchen, bestehen aus Glas und sind leicht zerbrechlich, sodass eine hohe Vorsicht erfordert ist. Diese Gegenstände können scharfe Bruchkanten aufweisen — passen Sie hier besonders gut auf. Falls doch etwas zerbrochen sein sollte, achten Sie darauf sich nicht zu schneiden. Schauen Sie sich vorher genau diese Glasgegenstände des Versuchs an und informieren Sie gegebenenfalls die Versuchsassistenz über Beschädigungen. Gehen Sie auch äußerst vorsichtig mit der Waage um: Fingerspitzengefühl ist in Experimenten der Naturwissenschaften oft wichtig.

## 5 Durchführung (im Praktikum)

Bitte nutzen Sie für die Messwerte die jeweils vorgegebenen Tabellen. Achten Sie darauf, am Ende des Versuchs alle Lücken der entsprechenden Tabellen ausgefüllt zu haben. Dies schließt auch die Messungenauigkeiten mit ein.

### 1. Bestimmung des Radius der Kapillare:

Wählen Sie ein beliebiges Glasröhrchen mit Kapillare aus und reinigen Sie dieses vor der Verwendung. Nutzen Sie die Wasserstrahlpumpe (siehe Nutzungshinweis beim Waschbecken), um Reinigungsflüssigkeit durch die Kapillare zu saugen und diese von innen zu reinigen. Bitte verwenden Sie für die äußere Reinigung ein Tuch. Wiegen Sie dann das Röhrchen in leerem Zustand, also ohne Schmutz oder jegliche Flüssigkeit. Nehmen Sie danach ein Becherglas mit entionisiertem Wasser, um einen Wasserfaden in die Kapillare zu ziehen. Der Wasserfaden sollte von alleine in der Kapillare bleiben und nicht tropfen, dabei aber auch möglichst lang sein, um relative Fehler zu minimieren. Messen Sie die Länge des Wasserfadens (bspw. mit einem Messschieber) und wiegen Sie das Röhrchen inklusive dem Wasserfaden. Tragen Sie Ihre Messdaten in Tabelle 1 ein.

Masse (leere Kapillare)	$m_1$ [g]	$\pm$
Masse (mit Wasserfaden)	$m_2$ [g]	$\pm$
Länge Wasserfaden	$l$ [mm]	$\pm$

**Tabelle 1:** Messdaten inklusive deren Ungenauigkeiten um den Radius der Kapillare zu bestimmen.

### 2. Bestimmung der Oberflächenspannung der drei Probeflüssigkeiten:

Gehen Sie die im Folgenden beschriebenen Schritte für drei verschiedene Probeflüssigkeiten durch. Befolgen Sie bitte alle Schritte für eine Flüssigkeit bevor Sie diese gegen

eine neue austauschen. Die vorgegebenen Tabellen sollten also mit jedem Durchgang weiter ausgefüllt werden.

- a) **Reinigung:** Vor jeder neuen Verwendung, also beim Wechsel der Probeflüssigkeit, muss das Glasröhrchen sorgfältig gereinigt werden. Verwenden Sie dafür die zur Verfügung stehende Reinigungsflüssigkeit mit der Wasserstrahlpumpe. Trocknen Sie danach das Glasröhrchen gut ab, wobei Sie durch Ansaugen von Luft auch die Kapillare trocknen können. Achtung: Alle ausgegebenen Flüssigkeiten, einschliesslich der Reinigungsflüssigkeit, dürfen nicht in die Vorratsflaschen zurück gegossen werden. Schütten sie alle Flüssigkeiten nach Gebrauch in die hierfür vorgesehene Flasche „Gebrauchte Lösungsmittel“.
- b) **Messung der Steighöhe in der Kapillare:** Stecken Sie die getrocknete Kapillare *vorsichtig* in den Schlauch der belüfteten Messapparatur und klemmen Sie sie in die Halterung ein. Füllen Sie etwas Probeflüssigkeit in das kleine (saubere und trockene) Becherglas, stellen Sie dieses unter die Kapillare und justieren Sie Becherglas und Kapillare so, dass Sie den Flüssigkeitsspiegel in dem Becherglas und in der Kapillare mit dem Kathetometer gut ablesen können.

Prüfen Sie ob der Aufbau dicht ist, indem Sie das Belüftungsventil schließen und den mit Wasser gefüllten, großen Standzylinder anheben. Der Druck im Aufbau ist am U-Rohr-Manometer erkennbar und sollte sich nicht von alleine ändern. Belüften Sie die Apparatur wieder indem Sie das Ventil öffnen. Nun sollte sich der Kapillareffekt zeigen, indem die Probeflüssigkeit in der Kapillare bis zu einem gewissen Punkt steigt. Messen Sie mit Hilfe des Kathetometers die Höhe des Flüssigkeitsspiegels  $h_{\text{Spiegel}}$  im Becherglas neben dem Röhrchen sowie in der Kapillare  $h_{\text{Kapillare}}$  (zur späteren Bestimmung der Steighöhe  $h$ ). Notieren Sie jeweils für die aktuelle Probeflüssigkeit diese beiden Werte in Tabelle 2. Überlegen Sie sich spätestens nach dem Durchgang für die dritte Flüssigkeit auch eine geeignete Messungenauigkeit des Kathetometers  $\Delta h$ . Denken Sie bitte daran, hier Einheiten mit anzugeben.

Nr. Flüssigkeit:	$h_{\text{Spiegel}}$	
	$h_{\text{Kapillare}}$	
Nr. Flüssigkeit:	$h_{\text{Spiegel}}$	
	$h_{\text{Kapillare}}$	
Nr. Flüssigkeit:	$h_{\text{Spiegel}}$	
	$h_{\text{Kapillare}}$	
Messungenauigkeit (Kathetometer) $\Delta h_{\text{K}}$		

**Tabelle 2:** Messdaten (inklusive Ungenauigkeit) dreier Flüssigkeiten für die Steighöhenmethode.

- c) **Kompensation des Kapillardrucks mittels eines Gegendrucks:** Wie bei der Prüfung der Dichtheit des Aufbaus im vorigen Schritt schließen Sie nun das Belüftungsventil und nutzen die Hebevorrichtung mit dem mit Wasser gefüllten

Standzylinder, um die Flüssigkeitssäule in der Kapillare ein paar Millimeter unter den Flüssigkeitsspiegel im Becherglas zu drücken (wie in Abb. 4 gezeigt). Lesen Sie stellvertretend für den Druck die Höhe des Wasserspiegels im U-Rohr-Manometer links  $h_{\text{links}}$  und rechts  $h_{\text{rechts}}$  ab (zur späteren Bestimmung von  $h''$ ), indem Sie möglichst parallaxenfrei die Skala hinter dem U-Rohr nutzen. Verwenden Sie das Kathetometer, um wie im vorigen Schritt die Höhe des Flüssigkeitsspiegels  $h_{\text{Spiegel}}$  im Becherglas und in der Kapillare  $h_{\text{Kapillare}}$  zu messen (zur späteren Bestimmung von  $h'$ ). Notieren Sie die entsprechenden Messwerte in Tabelle 3.

Nr. Flüssigkeit:	$h_{\text{links}}$	
	$h_{\text{rechts}}$	
	$h_{\text{Spiegel}}$	
	$h_{\text{Kapillare}}$	
Nr. Flüssigkeit:	$h_{\text{links}}$	
	$h_{\text{rechts}}$	
	$h_{\text{Spiegel}}$	
	$h_{\text{Kapillare}}$	
Nr. Flüssigkeit:	$h_{\text{links}}$	
	$h_{\text{rechts}}$	
	$h_{\text{Spiegel}}$	
	$h_{\text{Kapillare}}$	
Messungenauigkeit (U-Rohr) $\Delta h_{\text{U}}$		
Messungenauigkeit (Kathetometer) $\Delta h_{\text{K}}$		

**Tabelle 3:** Messdaten (inklusive Ungenauigkeiten) dreier Flüssigkeiten für die Gegendruckmethode.

Nr. Flüssigkeit	Dichte $\left[ \text{g} / \text{cm}^3 \right]$
5	0.805
11	0.790
13	0.791
15	0.998
22	1.110

**Tabelle 4:** Dichten der Probeflüssigkeiten

AT: \_\_\_\_\_  
 (Datum) (Unterschrift Versuchsassistenz)

## 6 Auswertung (zu Hause)

In diesem Abschnitt werten Sie Ihre Messwerte aus. Folgen Sie dazu den nachfolgenden Anweisungen und füllen Sie die entsprechenden Stellen aus. Allgemeine Hinweise zu den hier benötigten Fehlerrechnungen finden Sie auch im Anhang in Abschnitt 9. Beachten Sie die korrekte Angabe von Ergebnissen, wozu das Runden bis auf signifikante Stellen zählt.

### 6.1 Bestimmung des Kapillarradius

Für die nachfolgenden Methoden zur Bestimmung der Oberflächenspannung ist es notwendig, den Radius der Kapillare zu kennen. Dieser lässt sich mit den Messdaten aus Tabelle 1 bestimmen.

Da Sie später in der Auswertung noch häufiger auf die Berechnung einer Differenz und deren Fehlerterm stoßen werden, beweisen Sie hier nun einmal stellvertretend den Fehlerterm für den allgemeinen Fall. Dafür sei  $z = x - y$ , wobei die beiden Größen  $x$  und  $y$  fehlerbehaftet sind, also liegen die Werte  $x \pm \Delta x$  und  $y \pm \Delta y$  vor. Beweisen Sie nun, dass sich der Fehler  $\Delta z$  über die Formel

$$\Delta z = \sqrt{(\Delta x)^2 + (-\Delta y)^2} \quad (11)$$

ergibt. Vereinfachen Sie diese Formel zusätzlich für den Fall, dass  $\Delta x = \Delta y$  gilt, also geben Sie dafür auch die Zwischenschritte an, um zu zeigen, dass

$$\Delta z = \sqrt{2} \Delta x = \sqrt{2} \Delta y. \quad (12)$$

Für die Bestimmung des Kapillarradius wird zunächst die Masse des Wasserfadens  $m$  benötigt, welche sich aus der Massendifferenz zwischen dem Glasröhrchen mit und ohne Wasserfaden ergibt,  $m = m_2 - m_1$ . Nutzen Sie die von Ihnen bewiesene Formel aus Gl. (11), bzw. Gl. (12) falls bei Ihnen  $\Delta m_1 = \Delta m_2$  gilt, um  $\Delta m$  per  $\Delta m = \sqrt{(\Delta m_2)^2 + (-\Delta m_1)^2}$  oder gegebenenfalls  $\Delta m = \sqrt{2} \Delta m_1 = \sqrt{2} \Delta m_2$  zu bestimmen.

Notieren Sie nachfolgend Ihre Ergebnisse für  $m \pm \Delta m$ . *Vergessen Sie nicht, die Einheit mit anzugeben. Dies gilt auch für den Rest der Anleitung.*

$$m = \underline{\hspace{2cm}} \pm \underline{\hspace{2cm}} \quad (13)$$

Da es sich in diesem Versuchsteil um einen Wasserfaden in der Kapillare handelt, benötigen Sie die Dichte von Wasser. Recherchieren Sie diese an geeigneter Stelle und geben Sie den gefundenen Wert und die Quelle an.

$$\rho_{\text{H}_2\text{O}} = \underline{\hspace{2cm}} \quad \left( \text{Quelle: } \underline{\hspace{10cm}} \right)$$

Es gilt allgemein  $m = \rho V$ , also für den zylinderförmigen Wasserfaden hier

$$\begin{aligned} m &= \rho_{\text{H}_2\text{O}} l \pi r^2 \\ \Rightarrow r &= \sqrt{\frac{m}{\rho_{\text{H}_2\text{O}} l \pi}}. \end{aligned} \quad (14)$$

Beweisen Sie mit Hilfe von Gaußscher Fehlerfortpflanzung, dass Folgendes gilt

$$\Delta r = \frac{1}{2} r \sqrt{\left(\frac{\Delta m}{m}\right)^2 + \left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2}. \quad (15)$$

Ihr Ergebnis für den Radius lautet somit

$$r = \underline{\hspace{2cm}} \pm \underline{\hspace{2cm}}. \quad (16)$$

Damit lassen sich die nachfolgenden Abschnitte bearbeiten.

## 6.2 Steighöhenmethode

Um die Oberflächenspannung nach Gl. (5) berechnen zu können, muss zunächst die Steighöhe  $h$  bestimmt werden. Diese ergibt sich aus der Differenz der gemessenen Höhen,

$$h = |h_{\text{Kapillare}} - h_{\text{Spiegel}}|. \quad (17)$$

Beachten Sie bitte hier und im Folgenden, dass die zu berechnenden Höhen per Definition positiv sind. Da die Höhenskala des Kathetometers invertiert ist, sind in Gl. (17) Betragsstriche als Hilfe vorgegeben. Der dazugehörige Fehlerterm entspricht der zuvor bewiesenen Gl. (12). Berechnen Sie entsprechend für alle drei Probenflüssigkeiten die jeweilige Steighöhe  $h \pm \Delta h$ .

Nr. Flüssigkeit:             $h =$              $\pm$            

Nr. Flüssigkeit:             $h =$              $\pm$            

Nr. Flüssigkeit:             $h =$              $\pm$            

*Erinnerung:* Denken Sie bitte an Einheiten.

Zusammen mit den zuvor berechneten Werten, der Erdbeschleunigung  $g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  und den in Tabelle 4 angegebenen Flüssigkeitsdichten liegen alle notwendigen Werte vor, um die Oberflächenspannung gemäß  $\sigma = \frac{1}{2} \rho_{\text{fl}} r h g$  (Gl. (5)) zu berechnen. Zeigen Sie mit Gaußscher Fehlerfortpflanzung, dass hier  $\Delta \sigma = \sigma \sqrt{\left(\frac{\Delta r}{r}\right)^2 + \left(\frac{\Delta h}{h}\right)^2}$ .

Tragen Sie in der folgenden Auflistung Ihre Ergebnisse der Oberflächenspannungen mit Einheiten ein.

Nr. Flüssigkeit: \_\_\_\_\_  $\sigma =$  \_\_\_\_\_  $\pm$  \_\_\_\_\_

Nr. Flüssigkeit: \_\_\_\_\_  $\sigma =$  \_\_\_\_\_  $\pm$  \_\_\_\_\_

Nr. Flüssigkeit: \_\_\_\_\_  $\sigma =$  \_\_\_\_\_  $\pm$  \_\_\_\_\_

### 6.3 Gegendruckmethode

Auch in diesem Abschnitt fangen Sie damit an, verschiedene Messwerte per Differenz zu verrechnen. Nutzen Sie die Formeln  $h' = h_{\text{Spiegel}} - h_{\text{Kapillare}}$  und  $h'' = h_{\text{rechts}} - h_{\text{links}}$  und für den Fehlerterm erneut Gl. (12), um  $h' \pm \Delta h'$  und  $h'' \pm \Delta h''$  zu berechnen. Denken Sie daran die jeweils passende Messungenauigkeit zu nutzen, also die des Kathetometers für  $h'$  und die des U-Rohr-Manometers für  $h''$ . Beachten Sie dabei, dass die Höhen  $h'$  und  $h''$ , so wie zuvor bereits  $h$ , positiv sind und somit in der Rechnung möglicherweise Betragsstriche angewendet werden müssen.

Nr. Flüssigkeit: \_\_\_\_\_  $h' =$  \_\_\_\_\_  $\pm$  \_\_\_\_\_

$h'' =$  \_\_\_\_\_  $\pm$  \_\_\_\_\_

Nr. Flüssigkeit: \_\_\_\_\_  $h' =$  \_\_\_\_\_  $\pm$  \_\_\_\_\_

$h'' =$  \_\_\_\_\_  $\pm$  \_\_\_\_\_

Nr. Flüssigkeit: \_\_\_\_\_  $h' =$  \_\_\_\_\_  $\pm$  \_\_\_\_\_

$h'' =$  \_\_\_\_\_  $\pm$  \_\_\_\_\_

Zusammen mit den in vorigen Abschnitten herausgesuchten und berechneten Werten, inklusive Ungenauigkeiten, ist nun via  $\sigma = \frac{1}{2}rg(\rho_{\text{H}_2\text{O}}h'' - \rho_{\text{fl}}h')$  (Gl. (10)) auch für die Gegendruckmethode die Oberflächenspannung bestimmbar. Nutzen Sie erneut Gaußsche Fehlerfortpflanzung um zu zeigen, dass hier  $\Delta\sigma = \sqrt{\left(\sigma\frac{\Delta r}{r}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}rg\rho_{\text{H}_2\text{O}}\Delta h''\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}rg\rho_{\text{fl}}\Delta h'\right)^2}$ .



Listen Sie auch hier Ihre Ergebnisse der Oberflächenspannungen für alle drei Probenflüssigkeiten mit Einheiten auf.

Nr. Flüssigkeit: \_\_\_\_\_  $\sigma =$  \_\_\_\_\_  $\pm$  \_\_\_\_\_

Nr. Flüssigkeit: \_\_\_\_\_  $\sigma =$  \_\_\_\_\_  $\pm$  \_\_\_\_\_

Nr. Flüssigkeit: \_\_\_\_\_  $\sigma =$  \_\_\_\_\_  $\pm$  \_\_\_\_\_

Ergänzungen/Anmerkungen/Nebenrechnungen:

## 7 Diskussion

Oberflächenspannung  $\sigma \pm \Delta\sigma$  (alle Werte in Einheit)

	Steighöhen- methode	Gegendruck- methode
Nr. Flüssigkeit: _____		
Nr. Flüssigkeit: _____		
Nr. Flüssigkeit: _____		

**Tabelle 5:** Auflistung der berechneten Oberflächenspannungen inklusive deren Fehlerbereichen für alle drei Probenflüssigkeiten.

Begründen Sie, welche Methode sich Ihrer Meinung nach besser zur Bestimmung der Oberflächenspannung eignet. War die „bessere“ Methode einfacher durchzuführen? Beziehen Sie in Ihre Begründung mögliche versuchs- und methodenspezifische Fehlerquellen mit ein.




## 8 Quellen und weiterführende Literatur

- Fehlerrechnung und allgemeine Hinweise:  
<https://www.astro.uni-koeln.de/AP/>
- Meschede, Gerthsen Physik, Springer Berlin Heidelberg, 25. Aufl. 2015. Neuaufl. 2015  
<http://dx.doi.org/10.1007/978-3-662-45977-5>  
[Zugang aus dem Netz der Uni Köln (UKLAN) möglich]
- <https://de.wikipedia.org/wiki/Kathetometer>
- Tipler: Physik, Spektrum, Springer Berlin Heidelberg, 8. Aufl., 2019
- Demtröder: Experimentalphysik 1, Springer, Berlin, 8. Aufl. 2018  
<http://dx.doi.org/10.1007/978-3-662-54847-9>  
[Zugang aus dem Netz der Uni Köln (UKLAN) möglich]
- Bergmann und Schaefer, Lehrbuch der Experimentalphysik, Band 1, “Mechanik, Akustik, Wärme”, Boston: De Gruyter, 9., verb. Aufl. Reprint 2018  
<https://doi.org/10.1515/9783111628882>  
[Zugang aus dem Netz der Uni Köln (UKLAN) möglich]
- Walcher, Elbel und Fischer: Praktikum der Physik, Vieweg + Teubner

## Feedback

Hier ist nach Ihrem Feedback zu dieser Anleitung gefragt. Gibt es etwas, das Sie an der Versuchsanleitung inhaltlich oder technisch ändern würden? Ist beispielsweise etwas nicht oder unzureichend erklärt, Lücken zu klein, etc.? Änderungsvorschläge könnten so erforderlicher Weise zeitnah umgesetzt werden.

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## 9 Anhang

### 9.1 Gaußsche Fehlerfortpflanzung

Die Gaußsche Fehlerfortpflanzung beschreibt den Einfluss fehlerbehafteter Größen  $x_i$  auf die Ungenauigkeit einer sich aus diesen zusammensetzenden Größe  $y$ . Als ein verallgemeinertes Beispiel ist der Wert von  $y$  mit dessen Ungenauigkeit  $\Delta y$  zu bestimmen. Der Wert  $y$  hängt von mehreren anderen Größen  $x_i$  ab,  $y(x_1, x_2, x_3, \dots)$ .

Alle Größen  $x_1, x_2, x_3, \dots$  besitzen jeweils eine Ungenauigkeit  $\Delta x_1, \Delta x_2, \Delta x_3, \dots$ . Dann ergibt sich  $\Delta y$  aus

$$\Delta y = \sqrt{\left(\frac{\partial y}{\partial x_1} \Delta x_1\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial x_2} \Delta x_2\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial x_3} \Delta x_3\right)^2 + \dots},$$

wobei die Brüche  $\frac{\partial y}{\partial x_i}$  partiellen Ableitungen von  $y$  nach einer Größe  $x_i$  entsprechen.

#### Ein Beispiel:

Um die Geschwindigkeit  $v = \frac{l}{t}$  eines Fahrzeugs in einer Tempo 30-Zone zu bestimmen wird die Zeit  $t$  gestoppt, welche es für eine Strecke  $l$  benötigt. Beide Werte liegen vor:  $l = (20,0 \pm 0,5) \text{ m}$  und  $t = (2,2 \pm 0,2) \text{ s}$ , also  $v = \frac{20,0 \text{ m}}{2,2 \text{ s}} \approx 9,0909 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ . Die Fehlerformel lautet hier

$$\begin{aligned} \Delta v &= \sqrt{\left(\frac{\partial v}{\partial l} \Delta l\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial t} \Delta t\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{1}{t} \Delta l\right)^2 + \left(-\frac{l}{t^2} \Delta t\right)^2} & (18) \\ &= \sqrt{\left(\frac{l}{t} \cdot \frac{\Delta l}{l}\right)^2 + \left(\frac{l}{t} \cdot -\frac{\Delta t}{t}\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{l}{t}\right)^2 \cdot \left(\left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2 + (-1)^2 \cdot \left(\frac{\Delta t}{t}\right)^2\right)} \\ &= v \cdot \sqrt{\left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2 + \left(\frac{\Delta t}{t}\right)^2} & (19) \end{aligned}$$

Die Umformungen bis Gleichung (19) sind als generelle Vorlage zu verstehen, verglichen mit Gleichung (18) ist in diesem Beispiel keine starke Vereinfachung zu beobachten. In einigen Fällen ist dieses Schema jedoch sehr sinnvoll, insbesondere wenn dadurch lange Formeln letztendlich stark gekürzt werden. Allerdings ist zu beachten, dass es nicht auf alle Formeln anwendbar und somit jeder Fall einzeln abzuwägen ist.

Hier ergibt sich durch Einsetzen der Werte  $\Delta v \approx 0,857 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 0,9 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ . Gerundet und mit umgerechneten Einheiten ist letztendlich  $v \pm \Delta v = (9,1 \pm 0,9) \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx (33 \pm 3) \frac{\text{km}}{\text{h}}$ .