I. Physikalisches Institut
Universität zu Köln

W11 Wärmepumpe

Praktikum A für Nebenfächler

Version vom 23. Oktober 2023

Abzugeben bis: ____________________

Assistent: ____________________

Gruppenmitglieder: ____________________

____

____

Wichtige Informationen

Zur Bearbeitung ist es zwingend erforderlich, dass Sie sich mit den Grundlagen der Fehlerrechnung (u. a. Gaußsche Fehlerfortpflanzung, (gewichteter) Fehler des Mittelwerts, grafische Geradenanpassung) vertraut machen. Informationen dazu finden Sie beispielsweise im Dokument „allgemeine Hilfen für das Praktikum A“ auf der Webseite des A-Praktikums[a].

Aufgrund des Umfangs dieses Versuchs ist es nötig die Blätter mittels Schnellhefter o. ä. zu binden. Bitte lochen Sie die Blätter und heften Sie diese sorgfältig ein. Sollte die Form der Abgabe nicht den Regularien entsprechen, kann die*der Assistent*in die Annahme der Auswertung verweigern.

Versuchen Sie innerhalb der vorgegebenen Lücken zu bleiben. Diese geben ungefähr den an entsprechender Stelle erwarteten Umfang vor. Sollte der Platz dennoch nicht ausreichen, fügen Sie ganze Blätter ein, auf welchen deutlich markiert ist, was wozu gehört.

Beachten Sie bitte, dass alle entsprechenden Lücken und Fragestellungen ausgefüllt und beantwortet werden müssen. Insbesondere sind Lücken bis hin zum Messprotokoll bereits vor dem Versuchstag zu bearbeiten. Dies müssen Sie vor Ort nachweisen und wichtige Inhalte frei wiedergeben können. Es wird davon ausgegangen, dass alle Gruppenmitglieder die vollständige Anleitung durchgelesen und verstanden haben. Sollten Sie am Versuchstag nicht ausreichend auf den Versuch vorbereitet sein, wird die*der Assistent*in Sie nicht am Versuch teilnehmen lassen.

Die Abgabe muss alle Seiten umfassen, insbesondere aber Seiten mit auszufüllenden Lücken. Dazu gehören in jedem Fall die Titelseite, die Vorbereitung, das Messprotokoll und die Auswertung mit Diskussion.

Alle auf dem Deckblatt aufgeführten Gruppenmitglieder sind für die Bearbeitung und fristgerechte Abgabe des Versuchsberichts bzw. dessen erforderlichen Korrekturen zuständig und verantwortlich. Des Weiteren wird davon ausgegangen, dass Sie sich mit den Regeln des A-Praktikums[a] vertraut gemacht haben.

[a] zu finden unter: `https://www.astro.uni-koeln.de/AP/`

Es ist nicht notwendig den Anhang mit auszudrucken. Allerdings kann dieser gerade bei Detailfragen enorm weiterhelfen und soll durchgelesen und verstanden sein.

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung

Eine Wärmepumpe entzieht einer Umgebung mit niedriger Temperatur Energie und führt diese einer Umgebung mit höherer Temperatur zu. Die dazu erforderliche Arbeit wird von einem Kompressor aufgebracht. Nach diesem Prinzip funktionieren zum Beispiel Kühlschränke, Klimaanlagen. oder Erdwärmepumpen. Beim Kühlschrank wird ein relativ kleiner Raum stark abgekühlt, indem die Wärme in ein sehr großes Reservoir transportiert wird (Raumluft), das sich dementsprechend nur wenig erwärmt. Bei der Erdwärmepumpe ist es umgekehrt, hier ist das erwärmte Reservoir deutlich kleiner als das, dem die Wärme entzogen wird.
Bei diesem Versuch wird Wärme zwischen zwei Wasserbädern mittels eines elektrisch betriebenen Kompressors ausgetauscht. Die Wassermengen sind auf beiden Seiten etwa gleich groß, dementsprechend sind auch die zu erwartenden Temperaturänderungen der beiden Wasserbäder vergleichbar.

2 Vorbereitung (vor dem Praktikum, zu Hause)

Die folgenden Stichpunkte und theoretischen Überlegungen sollen bearbeitet werden und grundsätzlich gelernt und verstanden sein. Außerdem sollten Sie in der Lage sein, sie am Versuchstag im Antestat selbstständig wiederzugeben. Literaturhinweise gibt es in Abschnitt 7.

Machen Sie sich mit folgenden Begriffen und Gesetzmäßigkeiten vertraut:

- Thermodynamische Hauptsätze, Thermodynamische Zustandsgrößen (insbesondere Enthalpie)
- Dampfdruck, Verdampfung, Kondensation, Wärmekapazität
- Kreisprozess, Wärmekraftmaschine, Carnotprozess, Kühlschrank, Wärmepumpe
- Phasendiagramme (insbes. Mollier-Diagramm)
- Kompressor, Drosselventil

2.1 Thermodynamische Hauptsätze und Zustandsgrößen

Was besagt der nullte Hauptsatz, für welche (Mess-)Anwendung ist dieser nötig?

____

____

____

Der erste Hauptsatz besagt, dass in einem geschlossenen System (d.h. es gibt keinen Materieaustausch mit der Umgebung, aber Energieaustausch findet statt) sich die innere Energie U nur durch Transport von Wärme Q oder/und

__________________________________ ändern kann.

Ein Perpetuum mobile erster Art bewirkt nichts anderes, bzw. ändert nichts in der Welt, als

____

Der erste Hauptsatz schließt somit natürlich eine solche Maschine aus. Ein Perpetuum mobile zweiter Art befriedigt den ersten Hauptsatz, indem es zusätzlich noch einen Körper, bzw. ein Reservoir

____

Eine Formulierung des zweiten Hauptsatzes schließt nun aber auch eine solche periodisch arbeitende Maschine aus. Eine andere, positive Formulierung beschäftigt sich mit der idealen Wärmekraftmaschine und gibt den maximal erreichbaren Wirkungsgrad als den des reversiblen Carnot-Kreisprozesses an. Sei $P = \dot{W}$ die nutzbare Leistung und $\dot{Q}$ der Wärmestrom, also die entnommene Wärmemenge pro Zeiteinheit, so ist der (momentane) Wirkungsgrad einer Wärmekraftmaschine definiert als:

$$\eta = \underline{\hspace{3cm}}\ . \tag{2.1}$$

Sind W und Q Zustandsgrößen oder Prozessgrößen?

____

Nennen Sie Beispiele für extensive (d.h. sich mit der Größe des Systems ändernde) und intensive Zustandsgrößen:

extensiv: ____

intensiv: ____

Die Entropie S ist eine extensive Zustandsgröße und ein Maß für die

____

Nach dem zweiten Hauptsatz kann diese nur

____

Daraus folgt sofort, dass bei Zustandsänderungen die (selbstständig) umgekehrt ablaufen können für die Entropieänderung gilt:

$$\Delta S \underline{\hspace{1cm}} 0 \tag{2.2}$$

Diese Prozesse heißen auch

____________________________ .

Nach dem ersten Hauptsatz ist z. B. die Änderung der inneren Energie U ohne verrichtete Arbeit ($\Delta W = 0$) gleich einer zugeführten Wärmemenge ΔQ. Wird aber bei einem Prozess das Volumen geändert, also Volumenarbeit geleistet, gilt diese einfache Beziehung nicht mehr. Die Enthalpie H ist eine extensive Zustandsgröße und beinhaltet neben der inneren Energie die Volumenarbeit:

$$H = \underline{\hspace{6cm}} \tag{2.3}$$

bzw. die spezifische Enthalpie h als intensive Zustandsgröße:

$$h = \underline{\hspace{6cm}} \tag{2.4}$$

Die Enthalpie ist eine zweckmäßige Größe für die Bestimmung der zu- und abgeführten Wärmemengen bei Prozessen/Reaktionen mit

______________________________ .

2.2 Dampfdruck und Verdampfung/Kondensation

Der Dampfdruck ist der Druck, der sich einstellt, wenn sich in einem abgeschlossenen System Dampf mit der zugehörigen flüssigen Phase im

____________________________________ befindet.

Bei Verdampfung wird beim Übergang vom flüssigen in den gasförmigen Aggregatzustand

__________________________ entzogen,

da zur Überwindung der Anziehungskräfte der Flüssigkeitsteilchen Energie benötigt wird (analog für den umgekehrten Prozess der Kondensation). Bei konstantem Druck (z. B. Atmosphärendruck) ist die Änderung der Enthalpie dabei gegeben durch (vgl. Glg. 2.4):

$$\Delta H = \underline{\hspace{4cm}} \tag{2.5}$$

und entspricht wegen $\Delta U = \Delta Q - p\Delta V$ (1. HS) genau der Verdampfungswärme ΔQ, und heißt deshalb auch

_____________________ -enthalpie.

Eine abgeführte Wärmemenge $-\Delta Q$ (das negative Vorzeichen bedeutet Energietransport aus dem System *heraus*) führt zu einer Temperaturänderung ΔT in Abhängigkeit von der

____________________ eines Körpers (vgl. Glg. 8.2):

$$\Delta T = \_\_\_\_\_\_\_\_ \tag{2.6}$$

2.3 Kreisprozesse

Ein allgemeiner Kreisprozess ist definiert als eine Abfolge von einzelnen Zustandsänderungen, die

____

Wird in dieser Abfolge Arbeit verrichtet, bzw. nutzbar gemacht, so spricht man von einer

____

Der Wirkungsgrad ist definiert als das Verhältnis der pro Kreisumlauf abgegebenen Nutzarbeit zur aufgenommenen Wärmemenge (vgl. Glg. 2.1).

$$\eta = \frac{W}{Q} \tag{2.7}$$

Der Carnot-Prozess ist die Wärmekraftmaschine mit dem

____________________ Wirkungsgrad,

welcher nur abhängig von den Temperaturen der Wärmereservoirs T_1 und T_2 ist:

$$\eta_c = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \tag{2.8}$$

Einen hohen Wirkungsgrad erzielt man also, wenn man

____

wobei die obere Grenze gilt:

$$\eta_c < \_\_\_\_\_ \tag{2.9}$$

Die Wärmepumpe oder die Kältemaschine ("Kühlschrank") sind umgekehrte Kreisprozesse einer Wärmekraftmaschine, der Quotient in Gleichung (2.7) kehrt sich daher auch um und wird dann genannt.

Für den Wärmepumpen-Wirkungsgrad gilt wiederum die Obergrenze (2.9), da dieser auch die

einbezieht. Demnach gilt auch umgekehrt für eine möglichst effiziente Wärmepumpe, dass die Wärmereservoirs

2.4 Phasendiagramme

Phasendiagramme stellen im zweidimensionalen Fall das Verhältnis zweier thermodynamischer Größen als Verlauf dar, so dass z. B. eine Größe wie der Druck als Funktion der Temperatur aufgefasst werden kann. Mollier-Diagramme verwenden die Enthalpie H als eine dieser beiden Größen und eignen sich zur Darstellung verschiedener thermodynamischer Prozesse. Ist der Druck in Abhängigkeit von der Enthalpie aufgetragen, ist das Diagramm besonders für Prozesse in der Wärme- bzw. Kältetechnik geeignet (bei konstantem Druck ist die Verdampfungsenthalpie ablesbar, vgl. Glg. 2.5).
Übertragen Sie das Mollier-Diagramm (log-p-H-Diagramm, Abbildung 8.1) als Skizze und zeichnen Sie den in diesem Versuch verwendeten Kreisprozess ein, insbesondere durch Kennzeichnung der Zustandsänderungen (z. B. durch Pfeile), bei denen Wärme in den Kreislauf aufgenommen (Kühlung Q_v) und abgegeben wird (Abwärme Q_k), sowie Arbeit an dem Kältemittel verrichtet wird (W_e). Benutzen Sie auch die auf dem Versuchsaufbau aufgedruckten Symbole für Drosselung und Verdichtung (vgl. Abbildung 3.1).

Was bedeuten die Begriffe (iso- von griech. $\iota\sigma o$ gleich):

adiabatisch: ______________________________

isentrop: ______________________________

isotherm: ______________________________

isobar: ______________________________

isenthalpisch: ______________________________

Wenn Sie also z. B. mit einer Fahrradpumpe eine (möglichst) adiabatische Zustandsänderung vollziehen wollen, müssten sie das Ventilloch

____

und den Kolben möglichst

______________________________ bewegen,

so dass die Temperatur der Luft im Kolben

______________________________ .

Wenn Sie hingegen eine Bewegung derart machen, dass die Luft im Kolben genug Zeit hat, sich mit der Umgebung thermisch anzugleichen, wäre ihre Zustandsänderung eher

______________________________ .

Eine adiabatische, isentrope Zustandsänderung ist (ergänzen sie *immer*, *niemals* oder *manchmal*)

______________________________ reversibel.

Eine isentrope Zustandsänderung ist

______________________________ adiabatisch.

Irreversible, adiabatische Zustandsänderungen sind

____________________ isentrop.

Wenn der Carnot-Kreisprozess also aus den Zustandsänderungen $1 \rightarrow 2$ isotherm $(\Delta S < 0)$[1], $2 \rightarrow 3$ isentrop $(\Delta T > 0)$, $3 \rightarrow 4$ isotherm $(\Delta S > 0)$ und $4 \rightarrow 1$ isentrop $(\Delta T < 0)$ besteht, wie sieht er dann im T-S-Diagramm aus (vgl. Abb. 8.1)? Skizzieren Sie (Temperatur als Ordinate, Entropie als Abszisse):

2.5 Verständnisfragen Herleitungen und Durchführung

Ein Manometer oder Druckmessgerät kann absolut oder relativ messen. Die in diesem Versuch verwendeten Geräte

---

und zur Auswertung der Druckmessungen muss daher

Die Maßeinheiten bar, Atmosphäre und (Mega-/Hekto-)Pascal verhalten sich zueinander wie folgt:

$$1\,\text{bar} = \_\_\_\_\_\_\text{atm} = \_\_\_\_\_\_\text{MPa} = \_\_\_\_\_\_\text{hPa} \tag{2.10}$$

[1] Zu beachten ist hier, dass ein Prozess mit $\Delta S < 0$ nach dem 2ten Hauptsatz nicht *selbstständig* stattfinden kann. Ein solcher Prozess mit Entropieabnahme kann also nur von außen erzwungen sein, bzw. die Entropieänderung des Gesamtsystems muss wiederum dem zweiten Hauptsatz gehorchen.

Ein Drosselventil ist ein Druckminderer, technisch realisiert durch eine Engstelle im Strömungskanal, bzw. Rohr (Symbol ⧖). Vergleiche dazu den Bernoulli-Effekt: Im engen Querschnitt strömt ein Fluid wegen der Massenerhaltung (Kontinuitätsgleichung) schneller, und der Zuwachs an kinetischer Energie stammt laut Energiesatz (Bernoulli-Gleichung) aus

____

Der umgekehrte Prozess ist die Verdichtung durch einen Kompressor (Symbol ⊜), ein einfaches Beispiel ist wiederum die Fahrradpumpe. Das Hubvolumen V_{Hub} entspricht hier dem Volumen im Kolben, das bei jedem Hub in den Reifen transportierte Luftvolumen V_{eff} ist allerdings

____

und abhängig von

____

(je härter der Reifen aufgepumpt wird, desto weniger Luft strömt pro Hub hinein). Das Verhältnis von V_{eff} zu V_{Hub} ist daher ein Maß die für Effizienz des Kompressors bei gegebenen Arbeitsbedingungen, genannt

____

Ein elektrischer Kolbenverdichter bewegt den Kolben meist über eine Kurbelwelle mit einem Elektromotor, die Effizienz der Energiewandlung ist hierbei

____

weswegen die verrichtete Volumenarbeit mittels Messung der aufgenommenen elektrischen Energie bestimmt werden kann.

Die elektrische Leistung P ist mit den momentanen Werten der Spannung U und Stromstärke I gegeben durch (auch eine Einheit in [ ] angeben!):

$$P = \underline{\hspace{3cm}} \left[\underline{\hspace{2cm}}\right] \tag{2.11}$$

Bei Wechselspannung haben P, U und I im Allgemeinen einen Phasenwinkel (Unterscheidung Wirkleistung W und Scheinleistung VA). In diesem Versuch wird diese Problematik durch ein geeignetes Messgerät umgangen, indem P aus der (integrierten) elektrischen Energie W_e berechnet wird (vgl. Glg. 4.1), welche definiert ist als (Umschreibung und Gleichung):

____

$$W_\mathrm{e} = \underline{\hspace{3cm}} \left[\underline{\hspace{1.5cm}}\right] \tag{2.12}$$

Die Maßeinheiten Wattstunde, Wattsekunde und Joule verhalten sich zueinander wie folgt:

$$1\,\mathrm{Wh} = \underline{\hspace{2cm}}\,\mathrm{Ws} = \underline{\hspace{2cm}}\,\mathrm{kJ} \tag{2.13}$$

Wann ist die Effizienz der Wärmepumpe am besten, bzw. wann ist die Leistungszahl am größten, am Anfang oder bei Ende des Versuchs? Warum?

____

____

Wenn von einer Messgröße X die Differenz $X_1 - X_2 = \Delta X$ gebildet wird, wie groß ist die Ungenauigkeit der Differenz $\Delta_\mathrm{Mess}(\Delta X)$ unter der Annahme, dass die Ungenauigkeit bei jeder Messung gleich groß ist $\Delta_\mathrm{Mess}(X_1) = \Delta_\mathrm{Mess}(X_2) = \Delta_\mathrm{Mess}(X)$? Zeigen Sie mit der allgemeinen Gaußschen Fehlerfortpflanzung (s. Abschnitt 8.2.1):

$$\begin{aligned}
\Delta_\mathrm{Mess}(\Delta X) &= \sqrt{\sum_i \left(\frac{\partial(\Delta X)}{\partial X_i} \Delta_\mathrm{Mess}(X_i) \right)^2} \\
&= \underline{\hspace{8cm}} \\
&= \underline{\hspace{4cm}} \\
&= \underline{\hspace{1.5cm}} \qquad (2.14)
\end{aligned}$$

3 Versuchsaufbau und -beschreibung

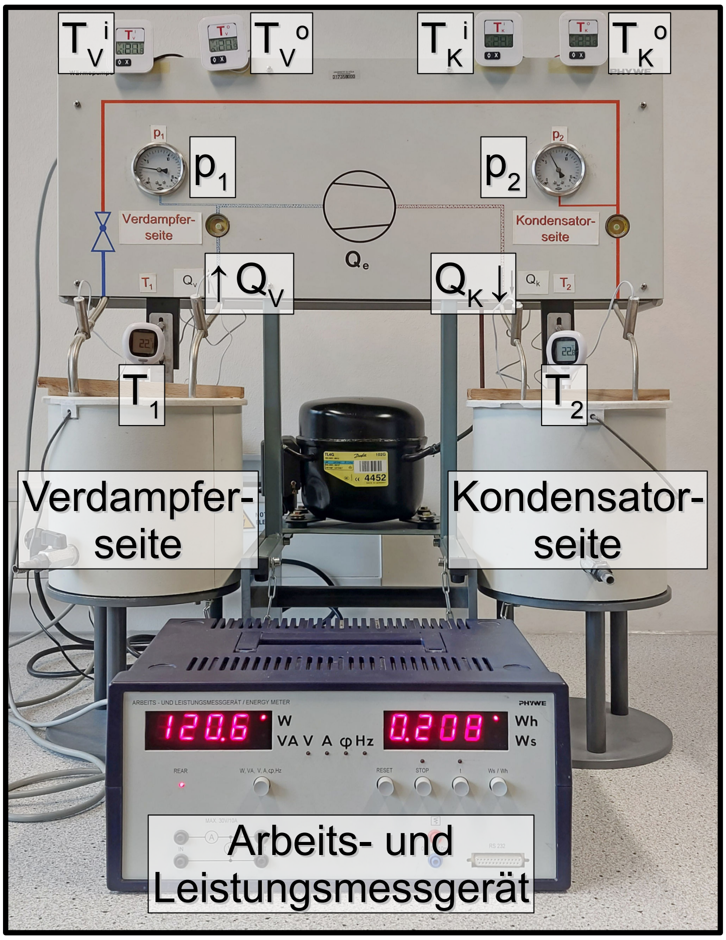

Abbildung 3.1: *Foto des Versuchsaufbaus*

1. Der Kompressor verdichtet das gasförmige Arbeitsmittel, die dazu benötigte Energie wird in Form von elektrischer Energie W_e zugeführt. Durch die Kompression werden Druck und Temperatur des Arbeitsmittels erhöht.

2. Auf der Seite des Kondensators wird vom Arbeitsmittel Wärmeenergie Q_k an die Umgebung abgegeben. Dabei wird der größte Teil dieser Energie durch Verflüssigung des Arbeitsmittels frei und nur ein geringer Teil durch Abkühlung des Arbeitsmittels.

Technische Daten	
Arbeitsmittel	R-134a (1,1,1,2-Tetrafluorethan, CH_2FCF_3)
Hubvolumen	$V_{\mathrm{Hub}} = 5{,}08\ \mathrm{cm}^3$
Drehzahl	$f = 1450\ \mathrm{min}^{-1}$
Leistungszahl	$\epsilon \approx 2{,}2$
Wirkungsgrad	$\eta \approx 80\ \%$
volumetrische Effizienz	$\lambda \approx 80\ \%$
Betriebsspannung	230 V, 50 Hz
Kompressorleistung	ca. 100-120 W (abh. von Temperatur und Betriebszustand)

Tabelle 3.1: *Herstellerangaben zur Wärmepumpe*

Die Temperatur vor und hinter dem Kondensator kann an zwei Messstellen überprüft werden.

3. Im Schauglas hinter dem Kondensator erkennt man während des Betriebs der Wärmepumpe flüssiges Arbeitsmittel und darin einige Gasblasen. Der Zustand kann sich verändern.

4. Das Manometer zeigt den Überdruck des Arbeitsmittels auf der Kondensatorseite in bar an. Zum Vergleich mit den in Tabelle 6.1 angegebenen Absolutdrücken ist zu den Überdruckwerten jeweils der Luftdruck von ca. 1 bar zu addieren.

5. Durch das Drosselventil strömt das Arbeitsmittel aus dem Bereich mit hohem Druck in den Bereich mit niedrigem Druck und kühlt sich dabei ab.

6. Auf der Seite des Verdampfers nimmt das Arbeitsmittel Wärmeenergie Q_{v} aus der Umgebung auf. Dabei wird der größte Teil dieser Energie zum Verdampfen des Arbeitsmittels benötigt und nur ein geringer Teil zum Erwärmen des Arbeitsmittels. Die Temperatur vor und hinter dem Verdampfer kann an zwei Messstellen überprüft werden. Ein Temperatursensor, der direkt an den Wendeln des Verdampfers angebracht ist, steuert das Drosselventil, da nur dampfförmiges Arbeitsmittel in den Kompressor gelangen darf.

7. Im Schauglas hinter dem Verdampfer erkennt man während des Betriebs der Wärmepumpe gasförmiges Arbeitsmittel oder gerade noch verdampfendes flüssiges Arbeitsmittel. Der Zustand kann sich verändern.

8. Das Manometer zeigt den Überdruck des Arbeitsmittels auf der Verdampferseite in bar an. Zum Vergleich mit den in Tabelle 6.1 angegebenen Absolutdrücken ist zu den Überdruckwerten jeweils der Luftdruck von ca. 1 bar zu addieren.

Ferner ist die Wärmepumpe mit einem Hoch- und Niederdruckpressostat zum Schutz vor Überhitzen bzw. Unterkühlen ausgestattet. Der Pressostat schaltet den Kompressor bei Über- bzw. Unterschreiten eines bestimmten, werkseitig eingestellten Drucks vorübergehend ab.

4 Benötigte Formeln

Die Leistung P des Kompressors ergibt sich aus der aufgewendeten Arbeit ΔW_e[1] und der dafür benötigten Zeit Δt als

$$P = \frac{\Delta W_\mathrm{e}}{\Delta t} \ . \tag{4.1}$$

Angenommen die Leistungsmessung hat die Ungenauigkeit $\Delta_\mathrm{Mess}(W_\mathrm{e})$, dann ist der Fehler der Differenz ΔW_e durch zweimalige Messung um den Faktor $\sqrt{2}$ größer (vgl. Glg. 2.14) und somit (unter Vernachlässigung des Fehlers der Zeitmessung)

$$\Delta_\mathrm{Mess}(P) = \frac{\sqrt{2}}{\Delta t}\Delta_\mathrm{Mess}(W_\mathrm{e}) \ . \tag{4.2}$$

Den Wärmefluss am Verdampfer bzw. Kondensator $\dot{Q}_{v/k}$ berechnet man aus der Temperaturänderung pro Zeiteinheit $\frac{\Delta T}{\Delta t}$, der Masse des abgekühlten/erwärmten Wassers M_W und der spezifischen Wärmekapazität des Wassers c_W zu

$$\dot{Q} = c_\mathrm{W} M_\mathrm{W} \left|\frac{\Delta T}{\Delta t}\right| \tag{4.3}$$

$$\Delta_\mathrm{Mess}(\dot{Q}) = c_\mathrm{W} M_\mathrm{W} \frac{\sqrt{2}}{\Delta t}\Delta_\mathrm{Mess}(T) \tag{4.4}$$

mit dem Temperatur-Messfehler $\Delta_\mathrm{Mess}(T)$. Damit ergibt sich die Leistungszahl zu

$$\epsilon = \frac{\dot{Q}_\mathrm{k}}{P} \tag{4.5}$$

$$\Delta_\mathrm{Mess}(\epsilon) = \epsilon\sqrt{\left(\frac{\Delta_\mathrm{Mess}(\dot{Q})}{\dot{Q}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta_\mathrm{Mess}(P)}{P}\right)^2} \ . \tag{4.6}$$

Der Wirkungsgrad ist näherungsweise

$$\eta = \frac{\dot{Q}_\mathrm{k}}{P + \dot{Q}_\mathrm{v}} \tag{4.7}$$

$$\Delta_\mathrm{Mess}(\eta) = \eta\sqrt{\left(\frac{\Delta_\mathrm{Mess}(\dot{Q}_\mathrm{k})}{\dot{Q}_\mathrm{k}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta_\mathrm{Mess}(\dot{Q}_\mathrm{v})}{P + \dot{Q}_\mathrm{v}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta_\mathrm{Mess}(P)}{P + \dot{Q}_\mathrm{v}}\right)^2} \ . \tag{4.8}$$

Der effektive Volumenfluss des Arbeitsmittels $\dot{V}_\mathrm{eff}$ ergibt sich aus dem Wärmefluss am Verdampfer, dem spezifischen Volumen des Dampfes v und den spezifischen Enthalpien von

[1] In diesem Abschnitt werden sowohl Differenzen von Messgrößen als auch Ungenauigkeiten bzw. Fehler von Messgrößen behandelt. Da beides gewöhnlich mit dem Δ-Symbol notiert wird, ist in diesem Abschnitt zur Unterscheidung die Messungenauigkeit gekennzeichnet mit Δ_Mess

Dampf h_1 und Flüssigkeit h_3 als

$$\dot{V}_{\mathrm{eff}} = v \frac{\dot{Q}_{\mathrm{v}}}{h_1 - h_3} \tag{4.9}$$

$$\begin{aligned} \Delta_{\mathrm{Mess}}(\dot{V}_{\mathrm{eff}}) = \dot{V}_{\mathrm{eff}} \Bigg[& \left(\frac{\Delta_{\mathrm{Mess}}(v)}{v} \right)^2 + \left(\frac{\Delta_{\mathrm{Mess}}(\dot{Q}_{\mathrm{v}})}{\dot{Q}_{\mathrm{v}}} \right)^2 \\ & + \left(\frac{\Delta_{\mathrm{Mess}}(h_1)}{h_1 - h_3} \right)^2 + \left(\frac{\Delta_{\mathrm{Mess}}(h_3)}{h_1 - h_3} \right)^2 \Bigg]^{\frac{1}{2}} . \end{aligned} \tag{4.10}$$

Der Fluss des Hubvolumens $\dot{V}_{\mathrm{Hub}}$ ist gegeben durch das Hubvolumen des Kompressors V_{Hub} und die Hubfrequenz des Kolbens f:

$$\dot{V}_{\mathrm{Hub}} = V_{\mathrm{Hub}} f \tag{4.11}$$

Aus $\dot{V}_{\mathrm{eff}}$ und $\dot{V}_{\mathrm{Hub}}$ ergibt sich die volumetrische Effizienz zu

$$\lambda = \frac{\dot{V}_{\mathrm{eff}}}{\dot{V}_{\mathrm{Hub}}} \tag{4.12}$$

$$\Delta_{\mathrm{Mess}}(\lambda) = \frac{\Delta_{\mathrm{Mess}}(\dot{V}_{\mathrm{eff}})}{\dot{V}_{\mathrm{Hub}}} . \tag{4.13}$$

5 Durchführung (im Praktikum)

5.1 Allgemeine Hinweise

Für die Auswertung dieses Versuchs ist die Bestimmung der Wassermengen bzw. -massen grundlegend, bestimmen Sie diese vorzugsweise beim Befüllen. Für das vollständige Entleeren nach dem Versuch können die Sockel unter den Gefäßen vorsichtig entfernt werden, um die Gefäße zu entnehmen. Die Messgenauigkeit der Thermometer für die Reservoirs (Kondensator- und Verdampferseite) beträgt laut Hersteller $\pm 0,3$ °C im Temperaturbereich von -20 bis $+90$ °C und $\pm 0,5$ °C außerhalb dieses Bereichs.
Die Messgenauigkeit der übrigen Thermometer wird mit $\pm 0,2$ °C angenommen, siehe Werte in Tabelle 5.1.

5.2 Vorbereitungen

Befüllen Sie beide Wasserreservoirs mit dem dazugehörigen Messbecher, so dass die Wärmetauscher komplett bedeckt sind. *Notieren Sie die eingefüllten Wassermengen bzw. -massen* $M_{\mathrm{W,v}}$ und $M_{\mathrm{W,k}}$, inklusive deren Messfehlern, in den dafür vorgegebenen Lücken im Messprotokoll. Achten Sie darauf, dass das Wasser auf der Verdampferseite nicht wärmer ist als auf der Kondensatorseite. Da das in den Leitungen stehende Wasser üblicherweise etwas erwärmt ist, empfiehlt es sich zuerst die Kondensatorseite (rechts) zu befüllen.

5.3 Bedienung des Arbeits- und Leistungsmessgeräts

Machen Sie sich vor Beginn der Messungen mit der Bedienung des Arbeits- und Leistungsmessgeräts (i. F. Leistungsmessgerät) vertraut.

Taste	**Funktion**	
`t`	schaltet die Anzeige zwischen Zeit und Arbeit um	
`Ws/Wh`	Auswahl der Einheiten:	- Arbeit in Ws und Zeit in s oder
		- Arbeit in Wh und Zeit in h
`Stop`	startet und stoppt die Zeitmessung	
`Reset`	Reset	

Für das Notieren von Messwerten ist insbesondere die rechte Anzeige des Leistungsmessgeräts relevant. Stellen Sie für die Messungen die Einheit Wh ein. Achten Sie darauf, dass die rechte Anzeige nicht aus Versehen die Zeit anzeigt, sondern die verrichtete Arbeit. Nutzen Sie für die Zeitmessung ein anderes Gerät, wie bspw. ein Mobiltelefon. Setzen Sie das Leistungsmessgerät zurück, bevor Sie mit den Messungen beginnen.

5.4 Messgrößen

Notieren Sie den aktuellen Stand der folgenden Messgrößen bevor Sie die Wärmepumpe einschalten als ersten Eintrag in Tabelle 5.1.

1. **Bestimmung der Leistung:**
   t = Zeit (starten Sie Ihre Messungen bei 0 min)
   W_e = elektrische Arbeit des Kompressors in Wh (Leistungsmessgerät)

2. **Verdampferseite:**
   p_1 = Druck
   T_1 = Wassertemperatur
   T_v^i = Temperatur am Zulauf
   T_v^o = Temperatur am Ablauf

3. **Kondensatorseite:**
   p_2 = Druck
   T_2 = Wassertemperatur
   T_k^i = Temperatur am Zulauf
   T_k^o = Temperatur am Ablauf

t[min]	W_{e}[Wh]	p_1[bar]	T_1[°C]	$T_{\mathrm{v}}^{\mathrm{i}}$[°C]	$T_{\mathrm{v}}^{\mathrm{o}}$[°C]	p_2[bar]	T_2[°C]	$T_{\mathrm{k}}^{\mathrm{i}}$[°C]	$T_{\mathrm{k}}^{\mathrm{o}}$[°C]
	ΔW_{e}[Wh] 0,01	Δp_1[bar] 0,5	ΔT_1[°C] 0,3	$\Delta T_{\mathrm{v}}^{\mathrm{i}}$[°C] 0,2	$\Delta T_{\mathrm{v}}^{\mathrm{o}}$[°C] 0,2	Δp_2[bar] 0,5	ΔT_2[°C] 0,3	$\Delta T_{\mathrm{k}}^{\mathrm{i}}$[°C] 0,2	$\Delta T_{\mathrm{k}}^{\mathrm{o}}$[°C] 0,2

Tabelle 5.1: *Messprotokoll (ohne Wassermassen und Abschätzung des Einflusses der Umgebung)*

5.5 Messung

Schalten Sie die Wärmepumpe ein und starten Sie zeitgleich die Messung am Leistungsmessgerät. Notieren Sie alle zwei Minuten alle oben genannten Messgrößen. Während der Messungen sollten Sie das Wasser auf der Verdampferseite ständig und das auf der Kondensatorseite regelmäßig umrühren, um die Bildung von Eiskristallen oder verschiedenen Temperaturschichten zu verhindern.

Ende der Messungen:
Die Messung dauert in der Regel etwa 30 min. Sie ist zu beenden, wenn keine signifikante Änderung der Temperatur mehr erfolgt (bevor sich in dem Reservoir auf der Verdampferseite Eis bildet). Schalten Sie nun die Wärmepumpe ab.
Manchmal kommt es vor, dass der Druck auf der Kondensatorseite so stark ansteigt, dass sich die Wärmepumpe von selbst abschaltet oder das Wasser auf der Verdampferseite auszufrieren beginnt. In diesem Fall beenden Sie die Messung etwas früher.

5.6 Einfluss der Umgebung

Um den Einfluss des Wärmeaustauschs mit der Umgebung abzuschätzen, warten Sie nun 15-30 min und messen dann erneut die Temperatur der beiden Wasserbäder. In der Wartezeit führen Sie bitte Aufgabe 6.1 der Auswertung durch.

Denken Sie unbedingt daran die Wassermengen beider Reservoirs zu notieren, bevor Sie das Wasser wegkippen!

Messungen zum Einfluss der Umgebung:

	Wassertemperaturen	
Wartezeit [min]	Verdampfer T_1	Kondensator T_2

Wassermassen und deren Ungenauigkeiten:

$M_{\mathrm{W,v}}$ [kg]	$\Delta M_{\mathrm{W,v}}$ [kg]	$M_{\mathrm{W,k}}$[kg]	$\Delta M_{\mathrm{W,k}}$[kg]

AT: ________________ ________________________

(Datum) (Unterschrift Versuchsassistenz)

6 Auswertung und Diskussion (im Praktikum / zu Hause)

Bitte führen Sie zu jedem Wert eine Fehlerrechnung durch. Nutzen Sie den bereitgestellten Platz zur Berechnung mit den benötigten Formeln aus Abschnitt 4 und erläutern Sie darüber hinaus kurz, was Sie tun und warum. Zeichnen Sie Ihre Diagramme auf dem bereitgestellten Millimeterpapier und beschriften Sie sie vollständig (Was ist auf den Achsen aufgetragen?). Hinweise zur Fehlerrechnung entnehmen Sie bitte dem Abschnitt 8.2.

6.1 Zeitlicher Verlauf der Temperaturen (im Praktikum)

Tragen Sie nach Vorbild der Abbildung 6.1 alle Ihre Temperaturmesswerte mit Fehlerbalken gegen die Zeit auf (Abb. 6.2).

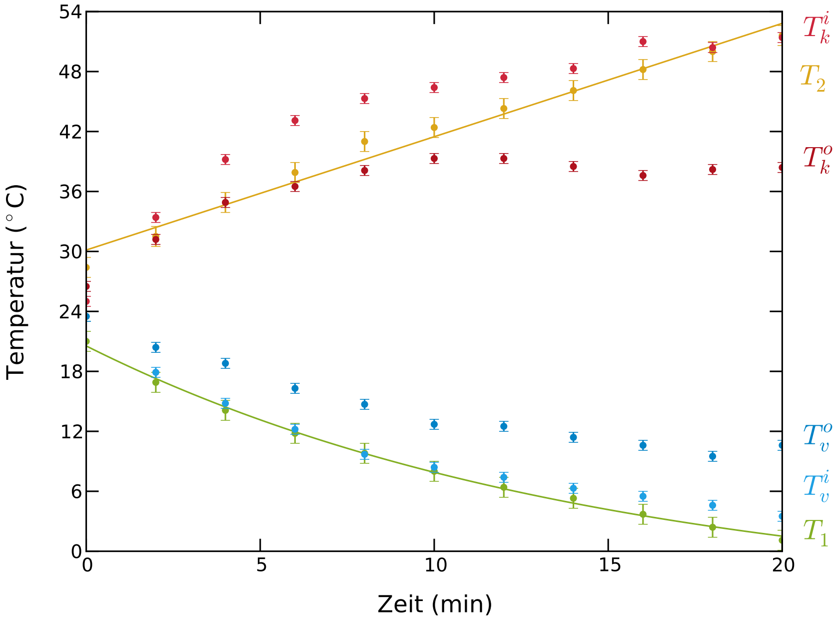

Abbildung 6.1: *Temperaturen am Zufluss und Abfluss des Verdampfers (T_v^i und T_v^o) und des Kondensators (T_k^i und T_k^o) als Funktion der Zeit. Die durchgehenden Linien spiegeln den Temperaturverlauf in den Wasserreservoirs (T_1 und T_2) wieder. Im Idealfall sollte sich die Temperatur des Arbeitsmittels bei Verdampfung und Kondensation nicht ändern, sondern die benötigte bzw. frei werdende Energie von der Umgebung aufgenommen bzw. an diese abgegeben werden.*

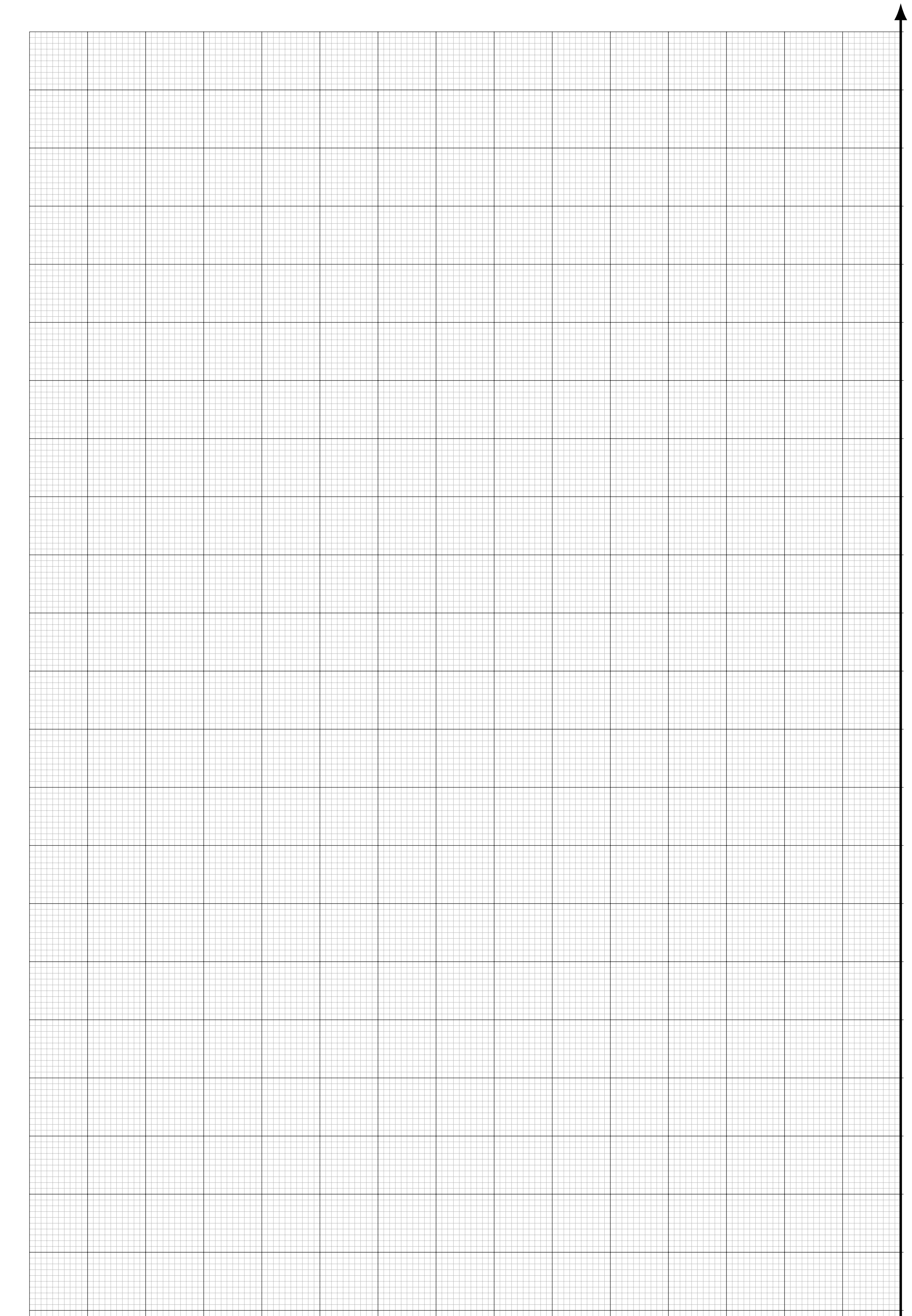

Abbildung 6.2: *Temperaturverlauf der Messung*

6.2 Dampfdruckkurve (zu Hause)

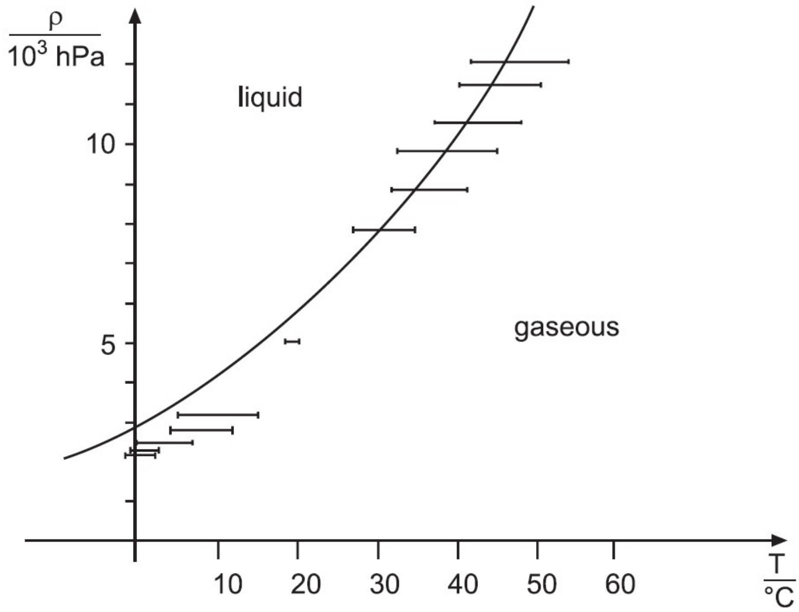

Abbildung 6.3: *Zusammenhang zwischen (absolutem) Druck und Siedetemperatur des Arbeitsmittels. Die Enden der Fehlerbalken markieren die Temperaturen am Zufluss und Abfluss des Verdampfers bzw. Kondensators. Die durchgehende Kurve entspricht der Dampfdruckkurve, wie man sie aus den Messwerten in Tabelle 6.1 erhält.* Quelle: PHYWE

Zeichnen Sie die Dampfdruckkurve des Arbeitsmittels 1,1,1,2-Tetrafluorethan in ein Druck-Temperatur-Diagramm ein (Druck als Ordinate, Temperatur als Abszisse). Die nötigen Daten entnehmen Sie bitte der Tabelle 6.1. In dieses Diagramm (Abb. 6.4) tragen Sie außerdem Ihre eigenen Messwerte nach Vorbild der Abbildung 6.3 ein. Sie müssen also zu den Überdruckwerten, die Sie während Ihrer Messung aufgenommen haben, noch den Atmosphärendruck (ca. 1 bar) addieren, um den absoluten Druck zu erhalten. Diese liefern die y-Werte Ihrer Datenpunkte. Die x-Fehlergrenzen sind gegeben durch die Temperaturwerte, die Sie an Ein- und Ausgang des Kondensators bzw. Verdampfers gemessen haben (T_v^i, T_v^o, T_k^i, T_k^o).

Temperatur	**absoluter Druck**	**spezifisches Volumen Dampf**	**spezifische Enthalpie Flüssigkeit**	**spezifische Enthalpie Dampf**
T	p	v	h_3	h_1
(°C)	(MPa)	$\left(\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{kg}}\right)$	$\left(\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}}\right)$	$\left(\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}}\right)$
-30	0.08436	0.22596	161.10	380.45
-20	0.13268	0.14744	173.82	386.66
-10	0.20052	0.09963	186.78	392.75
-8	0.21684	0.09246	189.40	393.95
-6	0.23418	0.08591	192.03	395.15
-4	0.25257	0.07991	194.68	396.33
-2	0.27206	0.07440	197.33	397.51
0	0.29269	0.06935	200.00	398.68
2	0.31450	0.06470	202.68	399.84
4	0.33755	0.06042	205.37	401.00
6	0.36186	0.05648	208.08	402.14
8	0.38749	0.05238	210.80	403.27
10	0.41449	0.04948	213.53	404.40
12	0.44289	0.04636	216.27	405.51
14	0.47276	0.04348	219.03	406.61
16	0.50413	0.04081	221.80	407.70
18	0.53706	0.03833	224.59	408.78
20	0.57159	0.03603	227.40	409.84
22	0.60777	0.03388	230.21	410.89
24	0.64566	0.03189	233.05	411.93
26	0.68531	0.03003	235.90	412.95
28	0.72676	0.02829	238.77	413.96
30	0.77008	0.02667	241.65	414.94
32	0.81530	0.02516	244.55	415.90
34	0.86250	0.02374	247.47	416.85
36	0.91172	0.02241	250.41	417.78
38	0.96301	0.02116	253.37	418.69
40	1.01650	0.01999	256.35	419.58
42	1.07210	0.01890	259.35	420.44
44	1.13000	0.01786	262.38	421.28
46	1.19010	0.01689	265.42	422.09
48	1.25270	0.01598	268.49	422.88
50	1.31770	0.01511	271.59	423.63
60	1.68150	0.01146	287.49	426.86
70	2.11650	0.00867	304.29	428.89

Tabelle 6.1: *Eigenschaften des Arbeitsmittels auf der Siedekurve.*

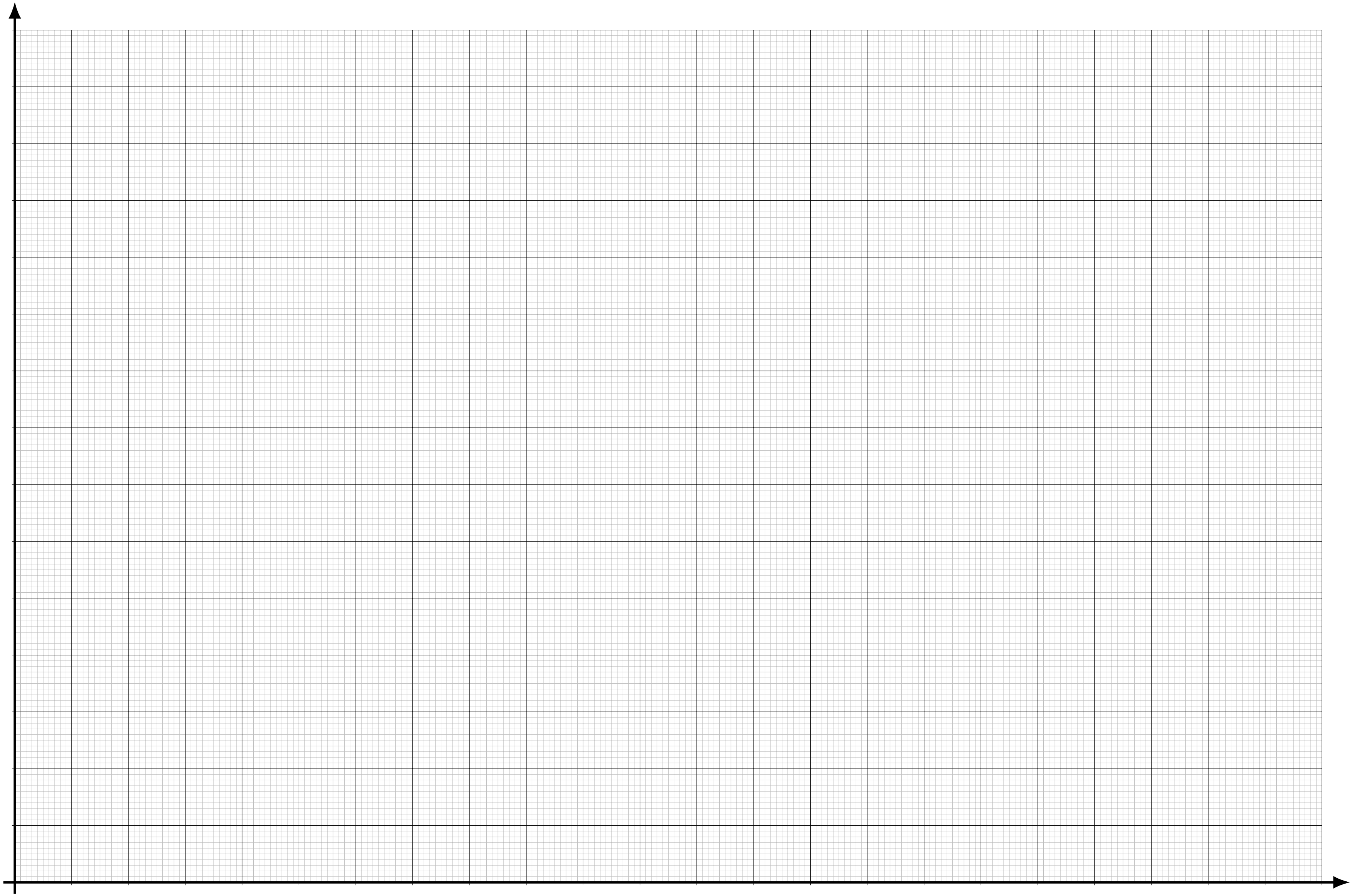

Abbildung 6.4: *Dampfdruckkurve zur Messung*

6.3 Effizienz der Wärmepumpe

Berechnen Sie für zwei Zeitpunkte, in der Mitte und gegen Ende der Messreihe, alle folgenden Größen (Abschnitte 6.3.1 bis 6.3.3), die Aufschluss über die Effizienz der Wärmepumpe geben. Tragen Sie Ihre Ergebnisse, die zugehörigen Fehlerwerte sowie die Herstellerangaben (vgl. Abschnitt 3) in die bereitgestellten Tabellen ein.

Sollten Sie mehr Platz benötigen, so halten Sie sich bitte an die Vorgaben aus dem Infokasten am Anfang der Anleitung. Das bedeutet, Sie sollten ganze Blätter einfügen, welche so markiert sind, dass klar erkennbar ist, wozu die entsprechenden Ergänzungen gehören.

6.3.1 Leistungszahl ϵ

Berechnen Sie zunächst die Kompressorleistung und den Wärmefluss am Kondensator nach den Gleichungen (4.1) und (4.3), sowie den jeweiligen Fehler nach Gleichungen (4.2) und (4.4). Die Leistungszahl ergibt sich dann nach Gleichung (4.5), bzw. (4.6).

Rechenbeispiel für $t = 10$ min[1]:

$$\begin{aligned} P|_{10\text{ min}} &= \frac{W_\text{e}|_{10\text{ min}} - W_\text{e}|_{8\text{ min}}}{10\text{ min} - 8\text{ min}} \\ &= \frac{22,57\text{ Wh} - 18,20\text{ Wh}}{2\text{ min}} \\ &= 131,1\text{ W} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{Q}_\text{k}\Big|_{10\text{ min}} &= c_\text{W} \cdot M_\text{W,k} \cdot \left| \frac{T_2|_{10\text{ min}} - T_2|_{8\text{ min}}}{10\text{ min} - 8\text{ min}} \right| \\ &= 4187\ \frac{\text{J}}{\text{kg K}} \cdot 4,4\text{ kg} \cdot \frac{42,4\text{ °C} - 40,2\text{ °C}}{2\text{ min}} \\ &= 337,8\text{ W} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \epsilon|_{10\text{ min}} &= \frac{\dot{Q}_\text{k}\Big|_{10\text{ min}}}{P|_{10\text{ min}}} \\ &= \frac{337,8\text{ W}}{131,1\text{ W}} \\ &= 2,576 \end{aligned}$$

(Da wir die Messwerte von $t = 8$ min und $t = 10$ min für die Auswertung benutzen, erhalten wir streng genommen Ergebnisse für $t = 9$ min, richtiger wäre also $P|_{9\text{ min}}$ etc. zu schreiben.)

[1] Die Rechenbeispiele in dieser Anleitung dienen nur dem Verständnis der erforderlichen Berechnungen. In Ihrer Auswertung müssen natürlich sämtliche Schritte erläutert werden. Sie müssen die Fehler zu allen Werten berechnen und aus diesen Fehlern die Zahl der signifikanten Stellen für die Rundung Ihrer Werte bestimmen.

t[min]	$P[W]$	$\Delta P[W]$	$\dot{Q}_{\mathrm{k}}[W]$	$\Delta\dot{Q}_{\mathrm{k}}[W]$	ϵ	$\Delta\epsilon$
					Herstellerangabe:	

6.3.2 Wirkungsgrad η

Berechnen Sie nach Gleichung (4.3) den Wärmefluss am Verdampfer, sowie den Fehler nach Gleichung (4.4). Der Wirkungsgrad ergibt sich nach Gleichung (4.7), bzw. (4.8), aus den zuvor berechneten Werten für die Wärmeflüsse am Kondensator und Verdampfer und die Kompressorleistung.

Rechenbeispiel für $t = 10$ min:

$$\begin{aligned}
\dot{Q}_\mathrm{v}\Big|_{10\ \mathrm{min}} &= c_\mathrm{W} \cdot M_{\mathrm{W,\,v}} \cdot \left| \frac{T_1|_{10\ \mathrm{min}} - T_1|_{8\ \mathrm{min}}}{10\ \mathrm{min} - 8\ \mathrm{min}} \right| \\
&= 4187\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg\ K}} \cdot 4,0\ \mathrm{kg} \cdot \left| \frac{8,0\ ^\circ\mathrm{C} - 9,8\ ^\circ\mathrm{C}}{2\ \mathrm{min}} \right| \\
&= 251,2\ \mathrm{W}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\eta|_{10\ \mathrm{min}} &= \frac{\dot{Q}_\mathrm{k}\Big|_{10\ \mathrm{min}}}{P|_{10\ \mathrm{min}} + \dot{Q}_\mathrm{v}\Big|_{10\ \mathrm{min}}} \\
&= \frac{337,8\ \mathrm{W}}{131,1\ \mathrm{W} + 251,2\ \mathrm{W}} \\
&= 0,883
\end{aligned}$$

$t[\mathrm{min}]$	$\dot{Q}_\mathrm{v}[W]$	$\Delta\dot{Q}_\mathrm{v}[W]$	η	$\Delta\eta$
		Herstellerangabe:		

6.3.3 Volumetrische Effizienz λ

Interpolieren Sie aus Tabelle 6.1 für den jeweiligen absoluten Druck die Werte für spezifisches Volumen des Dampfes v und die spezifischen Enthalpien von Dampf h_1 und Flüssigkeit h_3 (achten sie darauf, je nach Zustand des Arbeitsmittels Dampf/Flüssigkeit die richtige Spalte von Tabelle 6.1 zu verwenden). Schätzen Sie einen Fehler ab, je nach Art ihrer Interpolation (z. B. Mittelwert oder Linearisierung des Intervalls), bzw. der Fehlerfortpflanzung der Messungenauigkeit des Drucks (vgl. Tabelle 5.1). Daraus bestimmen Sie nach Gleichung (4.9), bzw. (4.10) den effektiven Volumenfluss des Arbeitsmittels. Nun berechnen Sie den Fluss des Hubvolumens (siehe Gleichung (4.11) und Herstellerangaben in Abschnitt 3). Die volumetrische Effizienz λ der Wärmepumpe ergibt sich dann nach Gleichung (4.12), bzw. (4.13).

Rechenbeispiel für $t = 10$ min:

$$
\begin{aligned}
\dot{V}_{\mathrm{eff}}\Big|_{10\ \mathrm{min}} &= v\left(p_{1,\mathrm{abs}}|_{10\ \mathrm{min}}\right) \cdot \frac{\dot{Q}_{\mathrm{v}}\Big|_{10\ \mathrm{min}}}{h_1\left(p_{1,\mathrm{abs}}|_{10\ \mathrm{min}}\right) - h_3\left(p_{2,\mathrm{abs}}|_{10\ \mathrm{min}}\right)} \\
&= v\,(4,3\ \mathrm{bar}) \cdot \frac{251,2\ \mathrm{W}}{h_1\,(4,3\ \mathrm{bar}) - h_3\,(12,8\ \mathrm{bar})} \\
&= 0,046997\ \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{kg}} \cdot \frac{251,2\ \mathrm{W}}{405,11\ \frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}} - 268,36\ \frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}}} \\
&= 86\ \frac{\mathrm{cm}^3}{\mathrm{s}}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\dot{V}_{\mathrm{Hub}} &= V_{\mathrm{Hub}} \cdot f \\
&= 123\ \frac{\mathrm{cm}^3}{\mathrm{s}}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\lambda|_{10\ \mathrm{min}} &= \frac{\dot{V}_{\mathrm{eff}}\Big|_{10\ \mathrm{min}}}{\dot{V}_{\mathrm{Hub}}} \\
&= \frac{86\ \frac{\mathrm{cm}^3}{\mathrm{s}}}{123\ \frac{\mathrm{cm}^3}{\mathrm{s}}} \\
&= 0,7019
\end{aligned}
$$

t[min]	$v[\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{kg}}]$	$\Delta v[\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{kg}}]$	$h_3[\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}}]$	$\Delta h_3[\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}}]$	$h_1[\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}}]$	$\Delta h_1[\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}}]$

t[min]	$\dot{V}_{\mathrm{eff}}[\frac{\mathrm{cm}^3}{\mathrm{s}}]$	$\Delta\dot{V}_{\mathrm{eff}}[\frac{\mathrm{cm}^3}{\mathrm{s}}]$	$\dot{V}_{\mathrm{Hub}}[\frac{\mathrm{cm}^3}{\mathrm{s}}]$	$\Delta\dot{V}_{\mathrm{Hub}}[\frac{\mathrm{cm}^3}{\mathrm{s}}]$	λ	$\Delta\lambda$
				Herstellerangabe:		

6.4 Diskussion

Entsprechen die Verläufe der Diagramme Ihren Erwartungen?

Stimmen Ihre Ergebnisse innerhalb der Fehlergrenzen mit den Herstellerangaben überein (Tabelle 3.1)?

Diskutieren Sie Ihre Resultate und mögliche Fehlerquellen. Wie lassen sich eventuelle Abweichungen erklären? Vergleichen Sie insbesondere die Ergebnisse für die beiden verschiedenen Zeitpunkte miteinander und diskutieren Sie die sich ergebenden Unterschiede.

gesehen: ____________________ ______________________________

(Datum) (Unterschrift Versuchsassistenz)

7 Quellen und weiterführende Literatur

- Fehlerrechnung:
  https://www.astro.uni-koeln.de/AP/
- Meschede und Gerthsen: Physik, Springer, Berlin, 25. Aufl., 2015
  https://www.ub.uni-koeln.de/usbportal?query=inst001:6798887
- Bergmann und Schaefer: Lehrbuch der Experimentalphysik, Band 1, Mechanik, Relativität, Wärme, Walter de Gruyter, Berlin, 11. Auflage, 1998
  https://www.ub.uni-koeln.de/usbportal?query=inst001:666157
- Halliday: Physik, Wiley-VCH, 3. Auflage, 2018
  https://www.ub.uni-koeln.de/usbportal?query=inst001:7856967

Feedback

Hier ist nach Ihrem Feedback zu dieser Anleitung gefragt. Gibt es etwas, das Sie an der Versuchsanleitung inhaltlich oder technisch ändern würden? Ist beispielsweise etwas nicht oder unzureichend erklärt, Lücken zu klein, etc.? Änderungsvorschläge könnten schon für die nächsten Praktikumsteilnehmer umgesetzt werden.

8 Anhang

8.1 Herleitung der Formeln

8.1.1 Der Kreisprozess

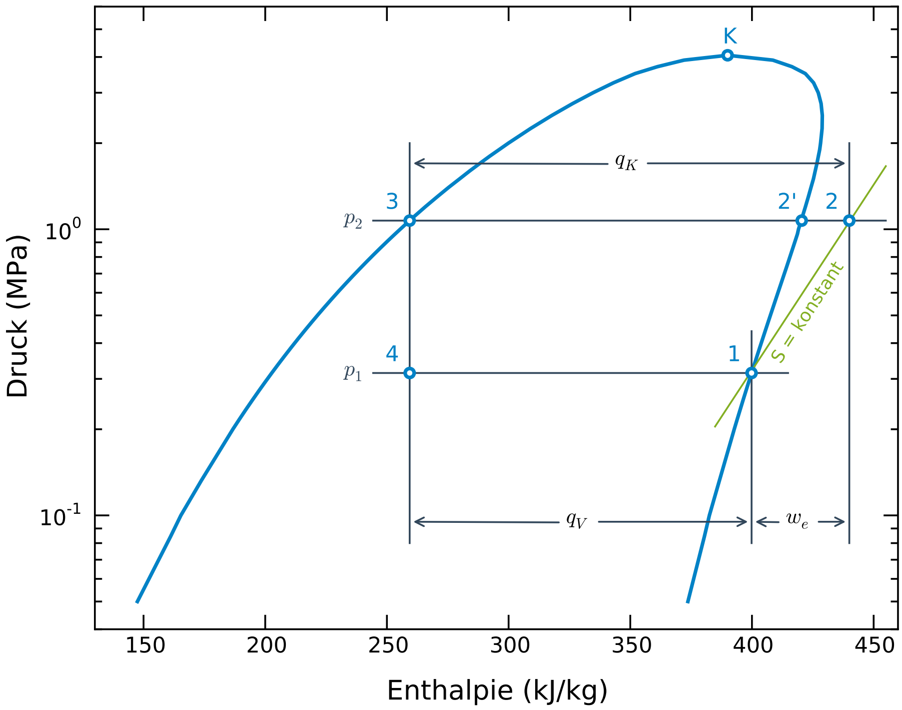

Abbildung 8.1: *Mollier-Diagramm einer Wärmepumpe im idealen Fall mit Darstellung des verwendeten Kreisprozesses. In Blau ist die Siedekurve, wie man sie z. B. aus den Daten in Tabelle 6.1 erhält dargestellt, zusammen mit dem kritischen Punkt K und den Arbeitspunkten $1-4$.* Arbeitsschritte des Kreisprozesses: $1 \rightarrow 2$*: isentrope Verdichtung des Arbeitsmittels (Idealfall, real:* $1 \rightarrow 2'$*),* $2 \rightarrow 3$*: isotherm-isobare Kondensation,* $3 \rightarrow 4$*: isenthalpische Expansion,* $4 \rightarrow 1$*: isotherm-isobare Verdampfung.*

Das Mollier-Diagramm, in welchem der Druck p des Arbeitsmittels logarithmisch gegen die spezifische Enthalpie h aufgetragen ist, wird üblicherweise für die Darstellung von Kreisprozessen in der Wärmetechnik eingesetzt. Abb. 8.1 zeigt den idealen Verlauf des Kreisprozesses in einer Wärmepumpe. Die eingezeichnete Kurve, welche durch den kritischen Punkt K läuft, begrenzt das Koexistenzgebiet von flüssiger und dampfförmiger Phase. Innerhalb dieses Ge-

biets verlaufen die Isothermen parallel zur h-Achse.
Ausgehend von Punkt 1 verdichtet der Kompressor die Arbeitssubstanz bis Punkt 2; im idealen Fall verläuft dieser Prozess ohne Wärmeaustausch, d.h. isentrop. Auf der folgenden Isothermen wird durch Kondensation Wärme an die Umgebung abgegeben. Bei Punkt 3 erreicht die Arbeitssubstanz das Drosselventil und expandiert. Im Falle einer idealen Drosselung bleibt die Enthalpie konstant. Auf dem Weg von Punkt 4 zu Punkt 1 nimmt die Arbeitssubstanz Energie aus der Umgebung auf und verdampft.
Die spezifischen Energien q_v bzw. q_k, welche pro kg der Arbeitssubstanz aufgenommen bzw. abgegeben werden, und die benötigte spezifische Arbeit des Kompressors w_e können unmittelbar aus dem Diagramm abgelesen werden.

$$\begin{aligned} w_\mathrm{e} &= h_2 - h_1 \\ q_\mathrm{k} &= h_2 - h_3 \\ q_\mathrm{v} &= h_1 - h_4 = h_1 - h_3 \end{aligned} \tag{8.1}$$

8.1.2 Effizienz der Wärmepumpe

Die Wärmekapazität eines Stoffes ist definiert als das Verhältnis von erreichter Temperaturerhöhung zu aufgewendeter Energie:

$$C_\mathrm{w} = \frac{\Delta Q}{\Delta T} \tag{8.2}$$

Sie ist eine Stoffkonstante, die zwar in geringem Maße von der Temperatur abhängt, nicht aber von der Zeit. Deshalb kann man (8.2) ohne Bedenken umformulieren zu

$$\dot{Q} = C_\mathrm{w} \frac{\Delta T}{\Delta t} \; . \tag{8.3}$$

Die Leistungszahl einer Wärmepumpe ist definiert als das Verhältnis von gewonnener Energie zu investierter Arbeit:

$$\epsilon = \frac{Q_\mathrm{k}}{W_\mathrm{e}} \tag{8.4}$$

Hier kann man ebenso wie in (8.3) geschehen eine Zeitableitung einfügen und erhält damit (4.5).
Der Wirkungsgrad einer Wärmepumpe berücksichtigt im Gegensatz zur Leistungszahl nicht nur die investierte Arbeit, sondern auch die Energie die dem Wärmereservoir entzogen wurde

$$\eta = \frac{Q_\mathrm{k}}{W_\mathrm{e} + Q_\mathrm{v}} \; , \tag{8.5}$$

er kann also niemals größer als eins werden. Um den Wirkungsgrad aus der zeitlichen Änderung der verschiedenen Energien zu berechnen muss man Gleichung (8.5) zunächst umschreiben:

$$\begin{aligned} & & \eta \left(W_\mathrm{e} + Q_\mathrm{v}\right) &= Q_\mathrm{k} \\ &\Rightarrow & \dot{\eta} \left(W_\mathrm{e} + Q_\mathrm{v}\right) + \eta \left(\dot{W}_e + \dot{Q}_\mathrm{v}\right) &= \dot{Q}_\mathrm{k} \\ &\Rightarrow & \eta &\approx \frac{\dot{Q}_\mathrm{k}}{\dot{Q}_\mathrm{v} + P} \end{aligned} \tag{8.6}$$

wobei im letzten Schritt verwendet wurde, dass der Wirkungsgrad zeitlich nur wenig variiert. Die volumetrische Effizienz ist das Verhältnis von tatsächlich bewegtem Arbeitsmittelvolumen V_{eff} und Hubvolumen des Kompressors V_{Hub}:

$$\lambda = \frac{V_{\text{eff}}}{V_{\text{Hub}}} \,. \tag{8.7}$$

Auch hier kann man wieder die Zeitableitung einfügen und erhält dann Gleichung (4.12). Zur Berechnung von V_{eff} formt man Gleichung (8.1) um:

$$\begin{aligned} q_{\text{v}} &= h_1 - h_3 \\ \Rightarrow \quad \frac{Q_{\text{v}}}{V_{\text{eff}}}\frac{V_{\text{eff}}}{m_{\text{eff}}} &= h_1 - h_3 \\ \Rightarrow \quad V_{\text{eff}} &= \frac{Q_{\text{v}} v}{h_1 - h_3} \,, \end{aligned} \tag{8.8}$$

Um nun den effektiven Volumenfluss zu berechnen leitet man Gleichung (8.8) nach der Zeit ab, unter der Annahme, dass das spezifische Volumen des Dampfes v und die spezifischen Enthalpien von Dampf h_1 und Flüssigkeit h_3 zeitlich nur wenig variieren.

8.2 Methoden

8.2.1 Gaußsche Fehlerfortpflanzung

Die Gaußsche Fehlerfortpflanzung beschreibt den Einfluss fehlerbehafteter Größen x_i auf die Ungenauigkeit einer sich aus diesen zusammensetzenden Größe y. Als ein verallgemeinertes Beispiel ist der Wert von y mit dessen Ungenauigkeit Δy zu bestimmen. Der Wert y hängt von mehreren anderen Größen x_i ab, $y\,(x_1, x_2, x_3, \dots)$.

Alle Größen $x_1, x_2, x_3, \dots$ besitzen jeweils eine Ungenauigkeit $\Delta x_1, \Delta x_2, \Delta x_3, \dots$. Dann ergibt sich Δy aus

$$\Delta y = \sqrt{\left(\frac{\partial y}{\partial x_1}\Delta x_1\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial x_2}\Delta x_2\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial x_3}\Delta x_3\right)^2 + \dots},$$

wobei die Brüche $\frac{\partial y}{\partial x_i}$ partiellen Ableitungen von y nach einer Größe x_i entsprechen.

Ein Beispiel:
Um die Geschwindigkeit $v = \frac{l}{t}$ eines Fahrzeugs in einer Tempo 30-Zone zu bestimmen wird die Zeit t gestoppt, welche es für eine Strecke l benötigt. Beide Werte liegen vor: $l = (20{,}0 \pm 0{,}5)\,\text{m}$ und $t = (2{,}2 \pm 0{,}2)\,\text{s}$, also $v = \frac{20{,}0\,\text{m}}{2{,}2\,\text{s}} \approx 9{,}0909\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Die Fehlerformel lautet hier

$$\begin{aligned}
\Delta v &= \sqrt{\left(\frac{\partial v}{\partial l}\Delta l\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial t}\Delta t\right)^2} \\
&= \sqrt{\left(\frac{1}{t}\Delta l\right)^2 + \left(-\frac{l}{t^2}\Delta t\right)^2} \qquad (8.9) \\
&= \sqrt{\left(\frac{l}{t}\cdot\frac{\Delta l}{l}\right)^2 + \left(\frac{l}{t}\cdot -\frac{\Delta t}{t}\right)^2} \\
&= \sqrt{\left(\frac{l}{t}\right)^2 \cdot \left(\left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2 + (-1)^2 \cdot \left(\frac{\Delta t}{t}\right)^2\right)} \\
&= v \cdot \sqrt{\left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2 + \left(\frac{\Delta t}{t}\right)^2}. \qquad (8.10)
\end{aligned}$$

Die Umformungen bis Gleichung (8.10) sind als generelle Vorlage zu verstehen, verglichen mit Gleichung (8.9) ist in diesem Beispiel keine starke Vereinfachung zu beobachten. In einigen Fällen ist dieses Schema jedoch sehr sinnvoll, insbesondere wenn dadurch lange Formeln letztendlich stark gekürzt werden. Allerdings ist zu beachten, dass es nicht auf alle Formeln anwendbar und somit jeder Fall einzeln abzuwägen ist.

Hier ergibt sich durch Einsetzen der Werte $\Delta v \approx 0{,}857\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \approx 0{,}9\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. Gerundet und mit umgerechneten Einheiten ist letztendlich $v \pm \Delta v = (9{,}1 \pm 0{,}9)\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \approx (33 \pm 3)\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$.