I. Physikalisches Institut
Universität zu Köln

# W 1 Mechanisches Wärmeäquivalent

## Praktikum A für Nebenfächler

Version vom 15. Juni 2021

Abzugeben bis: ______________________

Assistent: ______________________

Gruppenmitglieder: ______________________

______________________

______________________

**Wichtige Informationen**

Zur Bearbeitung ist es zwingend erforderlich, dass Sie sich mit den Grundlagen der Fehlerrechnung (u. a. Gaußsche Fehlerfortpflanzung, (gewichteter) Fehler des Mittelwerts, grafische Geradenanpassung) vertraut machen. Informationen dazu finden Sie beispielsweise im Dokument „allgemeine Hilfen für das Praktikum A“ auf der Webseite des A-Praktikums[a].
Aufgrund des Umfangs dieses Versuchs ist es nötig die Blätter mittels Schnellhefter o. ä. zu binden. Bitte lochen Sie die Blätter und heften Sie diese sorgfältig ein. Sollte die Form der Abgabe nicht den Regularien entsprechen, kann die*der Assistent*in die Annahme der Auswertung verweigern.
Versuchen Sie innerhalb der vorgegebenen Lücken zu bleiben. Diese geben ungefähr den an entsprechender Stelle erwarteten Umfang vor. Sollte der Platz dennoch nicht ausreichen, fügen Sie ganze Blätter ein, auf welchen deutlich markiert ist, was wozu gehört.
Beachten Sie bitte, dass alle entsprechenden Lücken und Fragestellungen ausgefüllt und beantwortet werden müssen. Insbesondere sind Lücken bis hin zum Messprotokoll bereits vor dem Versuchstag zu bearbeiten. Dies müssen Sie vor Ort nachweisen und wichtige Inhalte frei wiedergeben können. Es wird davon ausgegangen, dass alle Gruppenmitglieder die vollständige Anleitung durchgelesen und verstanden haben. Sollten Sie am Versuchstag nicht ausreichend auf den Versuch vorbereitet sein, wird die*der Assistent*in Sie nicht am Versuch teilnehmen lassen.
Die Abgabe muss alle Seiten umfassen, insbesondere aber Seiten mit auszufüllenden Lücken. Dazu gehören in jedem Fall die Titelseite, die Vorbereitung, das Messprotokoll und die Auswertung mit Diskussion.

---

Alle auf dem Deckblatt aufgeführten Gruppenmitglieder sind für die Bearbeitung und fristgerechte Abgabe des Versuchsberichts bzw. dessen erforderlichen Korrekturen zuständig und verantwortlich. Des Weiteren wird davon ausgegangen, dass Sie sich mit den Regeln des A-Praktikums[a] vertraut gemacht haben.

[a] zu finden unter: https://www.astro.uni-koeln.de/AP/

Es ist nicht notwendig den Anhang mit auszudrucken. Allerdings kann dieser gerade bei Detailfragen enorm weiterhelfen und soll durchgelesen und verstanden sein.

**Weitere allgemeine Anmerkungen zum Versuch**:

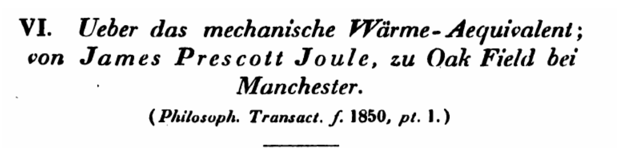
- In den Formeln zum Versuch wird das Symbol „$\Delta$“ mehrdeutig verwendet. Hierbei ist zu beachten, dass es einmal die Bedeutung einer Messungenauigkeit ($\Delta T_1$ = *Ungenauigkeit von* $T_1$), andererseits die Bedeutung einer Differenz ($\Delta T$ = *Temperaturunterschied*) haben kann. So bedeutet der Ausdruck „$\Delta(\Delta T)$“ *Messungenauigkeit des Temperaturunterschiedes*. Die Interpretation des Symboles sollte aus dem jeweiligen Kontext jedoch immer klar ersichtlich sein.

- Bitte tragen Sie Ihre Antworten immer in die dafür vorhergesehen Lücken ein. Sollte der Platz nicht ausreichen, sind am Ende jedes Abschnittes aber auch immer noch einige Leerzeilen freigehalten, in denen Sie Ihre Antworten vervollständigen oder erweitern können. Sollte der Platz dennoch nicht ausreichen fügen Sie ganze Blätter ein.

# Inhaltsverzeichnis

# 1 Einleitung

In diesem Versuch beschäftigen Sie sich mit dem Zusammenhang zwischen mechanischer Arbeit und Wärmemenge.
Der Energieerhaltungssatz ist einer der fundamentalen Erhaltungssätze in der Physik. Er besagt, dass Energie weder erzeugt noch vernichtet sondern verschiedene Energieformen nur ineinander umgewandelt werden können. Historische Voraussetzung für die Entwicklung des Energiebegriffs und somit für die Formulierung des Energieerhaltungssatzes war die Erkenntnis, dass mechanische Arbeit (= mechanische Energie) und Wärmemenge (= thermische Energie) in einem wohldefinierten Verhältnis zueinander stehen. Auch wenn diese Aussage heutzutage selbstverständlich erscheint, wurde sie erst im 19. Jahrhundert - auch quantitativ - eindeutig ausformuliert. Eine der bekanntesten Abhandlungen über den Zusammenhang zwischen mechanischer Arbeit und Wärmemenge war die 1854 auf Deutsch erschienene Arbeit von James Prescott Joule (Abbildung 1.1).


**VI.** ***Ueber das mechanische Wärme-Aequivalent; von James Prescott Joule, zu Oak Field bei Manchester.***

(*Philosoph. Transact. f.* **1850**, *pt.* **1.**)

***Abbildung 1.1:*** *Überschrift des Artikels "Ueber das mechanische Wärme-Aequivalent" von James Prescott Joule. In: Annalen der Physik und Chemie. Band 4, Verlag J. A. Barth, 1854, S. 601ff.*

Bis dahin gingen viele Naturwissenschaftlicher noch davon aus, dass „Wärme“ eine fundamentale, masselose Substanz - das „Caloricum“ - sei, welche in bestimmten Stoffen gebunden und wieder freigesetzt werden könne. Diese Substanz könne zwar durch mechanische Arbeit aus einem Körper ausgelöst werden, das Reservoir an „Wärmestoff“ in einem Körper sei aber begrenzt und müsse daher ab einem bestimmten Punkt „verbraucht“ sein. Die Entdeckung des mechanischen Wärmeäquivalentes $\mu$, also der Konstanten, mit der Wärme in mechanische Energie umgerechnet werden kann, war also ein Meilenstein in der Entwicklung des Energiebegriffes und folglich des Energieerhaltungssatzes.
Zur Zeit seiner Entdeckung wurde die Wärmemenge in Einheiten von Kalorien (1 cal entspricht der Wärmemenge, die benötigt wird, um 1 g Wasser um 1 K zu erwärmen) und mechanische Arbeit in Newtonmetern (1 Nm entspricht z.B. der mechanischen Arbeit, die benötigt wird, um einen Körper mit 1 kg Masse entgegen der Normalfallbeschleunigung $g_n = 9,80665\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ um 0,10197 m zu bewegen) angegeben. In SI-Einheiten ist die gemeinsame Einheit Joule, so dass das mechanische Wärmeäquivalent $\mu = \frac{\Delta W}{\Delta Q} = 1$ ist.

# 2 Vorbereitung (vor dem Praktikum, zu Hause)

Die folgenden Stichpunkte und theoretischen Überlegungen sollen hier schriftlich bearbeitet werden. Außerdem sollten Sie in der Lage sein, sie am Versuchstag im Antestat selbstständig wiederzugeben. Weitere Hinweise zum Vorgehen bei den Herleitungen finden Sie in Abschnitt 7. Literaturhinweise gibt es in Abschnitt 8.
Machen Sie sich mit folgenden Begriffen und Gesetzmäßigkeiten vertraut:

## 2.1 Grundsätze der Thermodynamik

Der erste Haupsatz der Thermodynamik für Zustandsänderungen in geschlossenen Systemen lautet:

$$\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}}\,. \tag{2.1}$$

Beschreiben Sie kurz in eigenen Worten, welche Größen in Gleichung 2.1 in Zusammenhang gestellt werden.

________________________________________________

________________________________________________

________________________________________________

Der spezifische Zusammenhang zwischen der Änderung der Wärmeenergie $\Delta Q$ und Änderung der Temperatur $\Delta T$ kann dabei durch

$$\Delta Q = \underline{\hspace{6cm}} \tag{2.2}$$

beschrieben werden. Somit ist die spezifische Wärmekapazität $c$ definiert als

$$c = \underline{\hspace{6cm}} \tag{2.3}$$

mit der Einheit $[c]$=________________________.
Die spezifische Wärmekapazität ist eine Eigenschaft eines Stoffes. Betrachtet man den Zusammenhang zwischen Temperatur- und Wärmeänderung eines bestimmten Körpers, so ist

dessen Wärmekapazität $C$ definiert als

$$C = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \tag{2.4}$$

mit der Einheit $[C]$=____________________.

**Kontrollfragen:**

- Wie groß ist die spezifische Wärmekapazität von Wasser?

  $$c_w = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

  (Quelle: ______________________________________)

- Wie groß ist die Wärmekapazität von 3 kg Wasser?

  $$C = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

- Wieviel Energie wird benötigt, um 2 kg Wasser um 2 °C zu erwärmen?

$$\Delta Q = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \tag{2.5}$$

Ergänzungen/Anmerkungen/Nebenrechnungen:

## 2.2 Grundsätze der Mechanik

Gemäß dem 2. Newtonschen Axiom ist eine Kraft $\vec{F}$ definiert als

$$\vec{F} = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ . \tag{2.6}$$

Die SI-Einheit für Kräfte ist das Newton. In SI-Basiseinheiten entspricht

$$1\mathrm{N} = \underline{\hspace{6cm}}\,.$$

Die (mechanische) Arbeit entlang eines Weges $\vec{s}$ durch ein Kraftfeld $\vec{F}$ ist gegeben durch das Integral

$$W = \underline{\hspace{6cm}}\,. \tag{2.7}$$

Bewegt sich ein Objekt entlang seines Weges $\vec{s}$ immer unter dem gleichen Winkel $\alpha$ zur konstanten Kraft $\vec{F}$, so vereinfacht sich Gleichung 2.7 zu

$$W = \underline{\hspace{6cm}}. \tag{2.8}$$

**Kontrollfragen:**

- In Gleichung 2.5 haben Sie berechnet, wieviel Energie benötigt wird, um 2 kg Wasser um 2 °C zu erwärmen. Angenommen, es gäbe einen idealen Aufzug (ohne eigene Masse und ohne Reibungsverluste). Um wieviel Meter könnten Sie die 2 kg Wasser mit dieser Energiemenge senkrecht anheben? (Sie dürfen näherungsweise $g \approx 10\,\mathrm{m/s^2}$ annehmen.)

$$h = \underline{\hspace{6cm}} \tag{2.9}$$

Ergänzungen/Anmerkungen/Nebenrechnungen:

## 2.3 Die historische Berechnung des mechanischen Wärmeäquivalentes

Joules oben bereits zitierter Aufsatz über das mechanische Wärmeäquivalent endet mit folgender Schlussfolgerung:

> **Zum Schlusse betrachte ich es durch die *in* dieser Abhandlung beschriebenen Versuche für bewiesen:**
>
> **1)** ***daſs die Wärmemenge, welche durch Reibung von Körpern, starren wie flüssigen, erregt wird, immer der angewandten Kraftgröſse proportional ist,*** **und**
>
> **2)** ***daſs die Wärmemenge, welche im Stande ist, ein Pfund Wasser*** **(gewogen im Vacuo und genommen zwischen 55 und 60° F.)** ***in seiner Temperatur um* 1° *F. zu erhöhen, zu ihrer Erregung den Aufwand einer mechanischen Kraft erfordert, die durch den Fall von* 772 *Pfund durch einen Raum von einem Fuſs vorgestellt wird.***

Unter 1) benutzt Joule den Ausdruck „Kraftgröße". Welchen Begriff würden Sie stattdessen aus heutiger Sicht verwenden?.

---

---

Bitte begründen Sie, ob Joules experimenteller Befund unter 2) nach Ihrem heutigen Kenntnisstand noch Bestand hat. (Tipp: ein englisches Pfund entspricht ungefähr 0,454 kg, eine Temperaturänderung um 1 °F entspricht 0,556 K und ein Fuß entspricht ca. 0,305 m.)

---

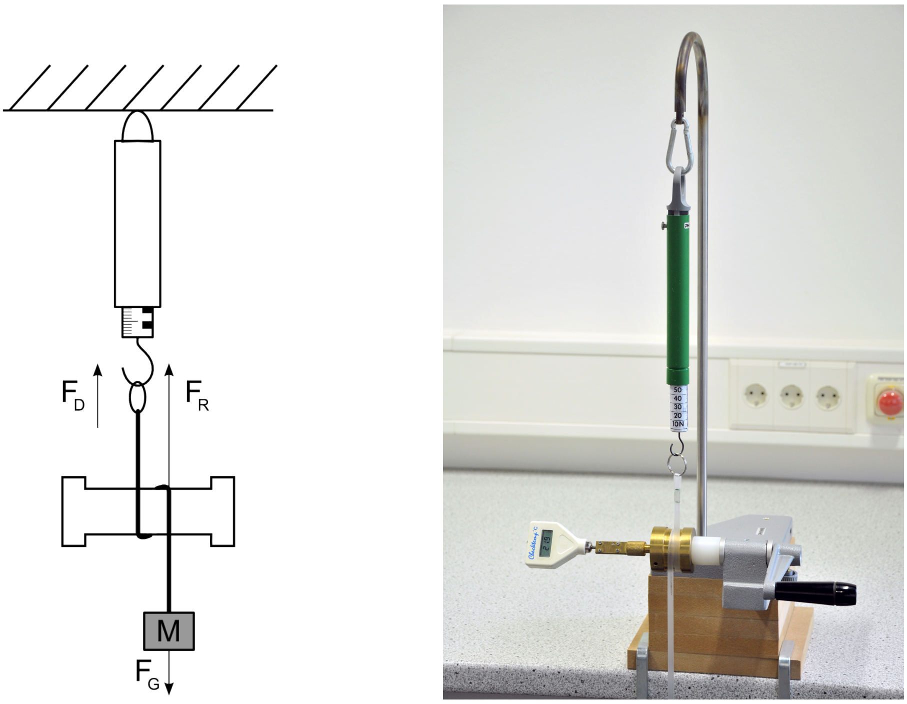
---

---

---

---

# 3 Versuchsaufbau (vor dem Praktikum, zu Hause)




***(a)*** ***(b)***

***Abbildung 3.1:*** *Schema (a) und Foto (b) des Versuchsaufbaus*

Ein Messingzylinder ist drehbar gelagert. Es wird angenommen, dass das Lager reibungsfrei ist. Über dem Zylinder hängt an einem Metallarm ein Kraftmesser (Newtonmeter). Der Zylinder wird nun mit einem Reibband einmal umwickelt und das Band an der oberen Seite mit dem Kraftmesser verbunden. Am unteren Ende des Bandes wird ein Gewicht angehängt. Am Zylinder wirken also die nach oben gerichtete Rückstellkraft der Feder im Kraftmesser $F_D$, während des Kurbelns die ebenfalls (bei korrekter Drehrichtung) nach oben wirkende Reibungskraft des Reibbandes $F_R$ und die nach unten gerichtete Gewichtskraft der angehängten Masse $F_G$ (siehe Abb. 3.1). Die Temperatur des Messingzylinders kann über ein Thermometer, das in eine zentrische Bohrung im Zylinder gesteckt wird, gemessen werden. Über eine Handkurbel kann der Zylinder gedreht werden. Dabei soll die Drehrichtung des Kurbelns so sein, dass das Gewicht durch die Reibungskraft angehoben (und nicht abgesenkt) wird.

## 3.1 Versuchsbeschreibung

Bitte studieren Sie zunächst Kapitel 5. Erläutern Sie anschließend kurz mit eigenen Worten, was das Ziel des Versuches ist. Welche experimentellen Zusammenhänge sollen gezeigt werden? Erläutern Sie auch, *was* genau in dem Versuch *wie* gemessen wird. Welche Größen werden daraus bestimmt?

Ergänzungen/Anmerkungen/Nebenrechnungen:

# 4 Benötigte Formeln (vor dem Praktikum, zu Hause)

## 4.1 Mechanisches Wärmeäquivalent

Das mechanische Wärmeäquivalent $\mu$ ist der Quotient aus der geleisteten mechanischen Arbeit $\Delta W$ und der umgesetzten Wärmemenge $\Delta Q$.

$$\mu = \frac{\Delta W}{\Delta Q} \tag{4.1}$$

## 4.2 Geleistete Reibungsarbeit

Die geleistete Reibungsarbeit $\Delta W$ ist das Produkt aus der Reibungskraft $F_R$ und dem zurückgelegten Weg $s$. Die Reibungskraft ergibt sich aus der Differenz zwischen der Gewichtskraft $F_G$ und der Rückstellkraft der Feder des Newtonmeters $F_D$

$$\Delta W = F_R \cdot \Delta s = 2\pi r n \cdot (F_G - F_D) \tag{4.2}$$

mit $r=$ Radius des Messingzylinders und $n=$ Anzahl der Umdrehungen.

## 4.3 Umgesetzte Wärmemenge

Die umgesetzte Wärmemenge $\Delta Q$ ist das Produkt aus der gesamten Wärmekapazität $C_{\text{Total}}$ und der Temperaturdifferenz zwischen der Temperatur $\Delta T$ vor und der nach dem Betätigen der Kurbel.

$$\Delta Q = C_{\text{Total}} \cdot \Delta T = (C_{\text{Zylinder}} + C_{\text{Reibband}} + C_{\text{Thermometer}}) \cdot \ \Delta T \tag{4.3}$$

mit

$$C_{\text{Zylinder}} = c_{\text{Messing}} \cdot m_{\text{Zylinder}} \,. \tag{4.4}$$

$C_{\text{Reibband}}$ und $C_{\text{Thermometer}}$ sind die Wärmekapazitäten von Reibband bzw. Thermometer. $c_{\text{Messing}}$ ist die spezifische Wärmekapazität von Messing und $m_{\text{Zylinder}}$ die Masse des Messingzylinders. Die Werte stehen auf dem Tisch neben der Apparatur.

# 5 Durchführung (im Praktikum)

**Sicherheitshinweis:**
*Bitte beachten Sie die allgemeinen Sicherheitshinweise, die in der Praktikumsanleitung dargelegt wurden.*
*Das 5 kg-Gewicht ist schwerer als es aussieht. Lassen Sie es bitte nicht auf Ihre Zehen oder die Ihrer Kommillitonen fallen. Falls doch: Am Telefon 01112 wählen!*

## 5.1 Eingewöhnung

Kalibrieren Sie zunächst den Kraftmesser (am besten zu zweit): Hängen Sie dazu den Kraftmesser in den vorgesehenen Karabiner ein und anschließend das 5 kg Gewicht an den Kraftmesser. Lösen Sie dann die Feststellschraube am oberen Teil des grünen Zylinders. Nun verschieben Sie den grünen Zylinder bis der Kraftmesser die richtige Kraft anzeigt ($5\ \mathrm{kg} \cdot 9,81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \approx 49\ \mathrm{N}$). Fixieren Sie den Zylinder mit der Feststellschraube in dieser Position. Ab jetzt sollten Sie den grünen Zylinder des Kraftmesser nicht mehr berühren, um die Kalibrierung zu erhalten.
Befestigen Sie nun das Reibband am unteren Ende des Kraftmessers. Das Reibband wird einmal um den Zylinder geschlungen und am unteren Ende das 5 kg Gewicht *vorsichtig(!)* angehängt. Das Stabthermometer steckt in einem Schutzmantel aus Messing und wird in die zentrische Bohrung des Zylinders eingesetzt und bis zum Anschlag hineingeschoben.
*Achtung: Ab jetzt Finger weg vom Thermometer! Vor allem beim Drehen der Kurbel muss es frei beweglich bleiben, damit es sich nicht im Zylinder verkantet.*
Spielen Sie mit der Apparatur. Achten Sie auf die korrekte Drehrichtung (das Gewicht soll angehoben werden, siehe Kapitel 3) und vor allem darauf, was das Newtonmeter anzeigt. Wie würden Sie den Fehler der Kraftmessung einschätzen? Dabei sollten sie nicht zu lange an der Kurbel drehen, damit der Zylinder vor Beginn des Versuches noch nicht zu stark erwärmt wird.

## 5.2 Messung

Starten Sie die Stoppuhr. Messen und notieren Sie (Tabelle 5.1) ohne den Zylinder zu drehen zunächst vier Minuten lang alle 30 s die Temperatur des Zylinders.
Danach drehen Sie die Kurbel zügig, aber gleichmäßig (etwa eine Umdrehung pro Sekunde). Messen Sie dabei weiterhin alle 30 s die Temperatur, notieren Sie die Anzahl der Umdrehungen (Sie werden nicht auf exakt 30 Umdrehungen pro 30 s kommen) und lesen Sie zusätzlich die Kraft am Kraftmesser ab. Das Kurbeln kann kurz unterbrochen werden um die Temperatur abzulesen und die Anzahl der Umdrehungen zu notieren, die Kraft muss allerdings

während des Kurbelns gemessen und sollte durch gleichmäßiges Kurbeln über alle Messzyklen möglichst konstant gehalten werden. Nach 300 s hören Sie auf zu Kurbeln und lesen noch einmal vier Minuten lang alle 30 s die Temperatur ohne Drehen ab.
Vermerken Sie die geschätzten Fehler für die Temperatur- und Kraftmessung sowie (je nach Konzentration des Kurbelnden ;-)) für $n_i$.

| Zeit t[s] | Temperatur T[°C] | Kraft $F_D$[N] | Umdrehungen $n_i$[#] |
|---|---|---|---|
| 0 | | | |
| 30 | | | |
| 60 | | | |
| 90 | | | |
| 120 | | | |
| 150 | | | |
| 180 | | | |
| 210 | | | |
| 240 | | | |
| 270 | | | |
| 300 | | | |
| 330 | | | |
| 360 | | | |
| 390 | | | |
| 420 | | | |
| 450 | | | |
| 480 | | | |
| 510 | | | |
| 540 | | | |
| 570 | | | |
| 600 | | | |
| 630 | | | |
| 660 | | | |
| 690 | | | |
| 720 | | | |
| 750 | | | |
| 780 | | | |
| geschätzte Fehler der Messwerte | | | |
| $\Delta$ | $\pm$ | $\pm$ | $\pm$ |

***Tabelle 5.1:*** *Messprotokoll Teil 1. Der graue unterlegte Bereich in der Tabelle markiert die Zeitspanne, innerhalb derer die Kurbel betätigt wird.*

Entfernen Sie das Gewicht und das Reibband und messen Sie mit dem Messschieber den Durchmesser ($2r$) des Zylinders an der Stelle, an dem Sie ihn mit dem Reibband umwickelt hatten. Notieren Sie (Tabelle 5.2) auch den Fehler dieser Längenmessung, sowie die Werte für $m_{\text{Zylinder}}$, $c_{\text{Messing}}$, $C_{\text{Reibband}}$ und $C_{\text{Thermometer}}$ für Ihren Versuchsaufbau (angegeben auf dem Tisch neben der Apparatur).

| | | |
|---|---|---|
| Durchmesser des Zylinders: | $2r$ = | ______ ± ______ |
| Masse des Zylinders: | $m_{\text{Zylinder}}$ = | ______ |
| spez. Wärmekapazität von Messing: | $c_{\text{Messing}}$ = | ______ |
| Wärmekapazität des Reibbandes: | $C_{\text{Reibband}}$ = | ______ |
| Wärmekapazität des Thermometers: | $C_{\text{Thermometer}}$ = | ______ |

***Tabelle 5.2:*** *Messprotokoll Teil 2*

Notizen:

**AT:** ______ ______

(Datum) (Unterschrift Versuchsassistenz)

# 6 Auswertung und Diskussion (zu Hause)

## 6.1 Bestimmung von $\Delta T$

Tragen Sie die gemessenen Temperaturwerte mit Fehlerbalken gegen die Zeit in einem Diagramm (Abb. 6.2) auf. Beschriften Sie Ihr Diagramm vollständig. Sie sollten einen Verlauf ähnlich Abbildung 6.1 erhalten. Um nun aus dem Diagramm $\Delta T$ zu bestimmen, machen Sie jeweils eine graphische Geradenanpassung für den Zeitbereich vor, während und nach dem Kurbeln. Platzieren Sie eine senkrechte Linie im Zeitbereich, in dem gedreht wurde, und zwar so, dass die beiden Flächen $A_1$ und $A_2$ möglichst gleich groß sind. Auf dieser senkrechten lesen Sie $T_1$ und $T_2$ ab. Bestimmen sie die Differenz $\Delta T = T_2 - T_1$ und den Fehler auf $\Delta T$ aus den Extremalgeraden.

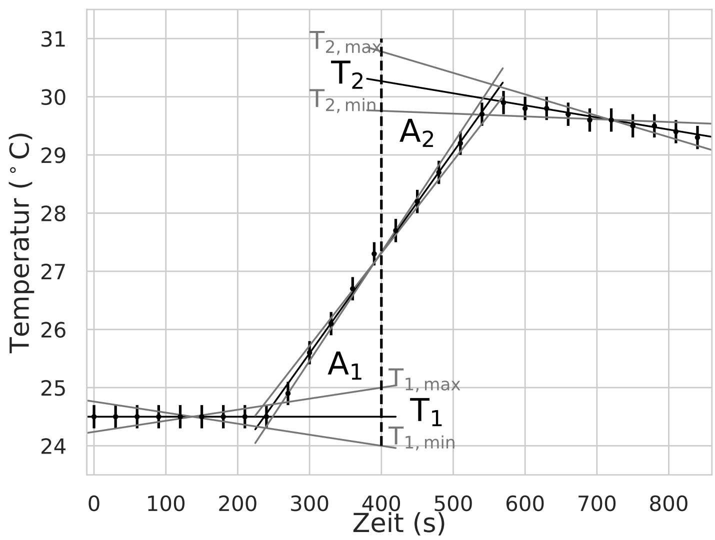



***Abbildung 6.1:*** *Exemplarisches Temperaturdiagramm mit graphischer Geradenanpassung*

**Abbildung 6.2:**

| | | | |
|---|---|---|---|
| Der maximale Wert für $T_2$ ist | $T_{2,\text{max}} =$ | ____________________ | , |
| der minimale Wert für $T_2$ | $T_{2,\text{min}} =$ | ____________________ | , |
| also | $T_2 = \frac{T_{2,\text{min}}+T_{2,\text{max}}}{2} =$ | ____________________ | |
| mit | $\Delta T_2 = \frac{T_{2,\text{max}}-T_{2,\text{min}}}{2} =$ | ____________________ | . |
| Analog dazu ist der maximale Wert für $T_1$ | $T_{1,\text{max}} =$ | ____________________ | , |
| und der minimale Wert für $T_1$ | $T_{1,\text{min}} =$ | ____________________ | , |
| also | $T_1 = \frac{T_{1,\text{min}}+T_{1,\text{max}}}{2} =$ | ____________________ | |
| mit | $\Delta T_1 = \frac{T_{1,\text{max}}-T_{1,\text{min}}}{2} =$ | ____________________ | . |

Daraus ergibt sich:

$\Delta T = T_2 - T_1 =$ ____________________

mit $\Delta(\Delta T) = \sqrt{\Delta T_2^2 + \Delta T_1^2} =$ ____________________

Ergänzungen/Anmerkungen/Nebenrechnungen:

## 6.2 Bestimmung von $\Delta W$

Berechnen Sie $\Delta W$ nach Gleichung 4.2. Für $F_D$ verwenden Sie den Mittelwert der gemessenen Werte (während Sie gekurbelt haben).

$$F_D = \frac{1}{N}\sum_{i}^{N} F_{D_i} = \underline{\hspace{6cm}}$$

Der Fehler von $F_D$ kann durch Standardabweichung

$$\Delta F_D = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)}\sum_{i=1}^{N}(F_{D_i} - F_D)^2} = \underline{\hspace{6cm}}$$

oder durch Fehlerfortpflanzung Ihrer Abschätzung

$$\Delta F_D = \frac{\Delta F_{D_i}}{\sqrt{N}} = \underline{\hspace{6cm}}$$

aus der Durchführung bestimmt werden. Berechnen Sie beide und verwenden Sie im weiteren Verlauf den Größeren.
Daraus folgt dann für die Reibungskraft $F_R$

$$F_R = F_G - F_D = M \cdot g - F_D = \underline{\hspace{6cm}}$$

$$\text{mit} \quad \Delta(F_R) = \Delta(F_D) = \underline{\hspace{6cm}}$$

Für die Anzahl der Umdrehungen $n$ und den zurückgelegten Weg $\Delta s$ gilt

$$n = \sum_{i=1}^{10} n_i = \underline{\hspace{6cm}}$$

$$\Delta n = \sqrt{10} \cdot \Delta n_i = \underline{\hspace{6cm}}$$

$$\Delta s = 2\pi r n = \underline{\hspace{6cm}}$$

$$\Delta(\Delta s) = 2\pi\sqrt{n^2 \Delta r^2 + r^2 \Delta n^2} = \underline{\hspace{6cm}}$$

Schlussendlich ergibt sich für die geleistete mechanische Arbeit $\Delta W$:

$$\Delta W = F_R \cdot \Delta s = \underline{\hspace{6cm}}$$

$$\text{mit } \Delta(\Delta W) = \sqrt{(\Delta s \cdot \Delta F_R)^2 + (F_R \cdot \Delta(\Delta s))^2} = \underline{\hspace{6cm}}$$

Ergänzungen/Anmerkungen/Nebenrechnungen:

## 6.3 Bestimmung von $\Delta Q$

Berechnen Sie zuerst $C_{\text{Zylinder}}$ mit Gleichung 4.4.

$$C_{\text{Zylinder}} = \underline{\hspace{6cm}}$$

Die gesamte Wärmekapazität der Apparatur ist somit

$$C_{\text{Total}} = C_{\text{Zylinder}} + C_{\text{Reibband}} + C_{\text{Thermometer}} = \underline{\hspace{6cm}}.$$

Dann kann $\Delta Q$ aus Gleichung 4.3 berechnet werden:

$$\Delta Q = \underline{\hspace{6cm}}$$

$$\text{und } \Delta(\Delta Q) = C_{\text{Total}} \cdot \Delta(\Delta T) = \underline{\hspace{6cm}}$$

Ergänzungen/Anmerkungen/Nebenrechnungen:

## 6.4 Mechanisches Wärmeäquivalent

Bestimmen Sie nun mit den Ergebnissen aus Kapitel 6.3 und 6.2 das mechanische Wärmeäquivalent $\mu$ gemäß Gleichung 4.1:

$$\mu = \frac{\Delta W}{\Delta Q} = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

$$\text{mit } \Delta\mu = \sqrt{\left(\frac{\Delta(\Delta W)}{\Delta Q}\right)^2 + \left(\frac{\Delta W \cdot \Delta(\Delta Q)}{\Delta Q^2}\right)^2} = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

Ergänzungen/Anmerkungen/Nebenrechnungen:

## 6.5 Spezifische Wärmekapazität von Messing

Das mechanische Wärmeäquivalent ist in SI-Einheiten 1. Berechnen Sie unter dieser Voraussetzung die spezifische Wärmekapazität von Messing unter Verwendung von Gleichung 4.3. Vergleichen Sie Ihr Ergebnis schließlich noch mit dem Literaturwert.

$$\mu = 1 \Rightarrow \Delta Q = \Delta W$$

$$\Rightarrow C_{\text{Total}} = \frac{\Delta W}{\Delta T} = \underline{\qquad\qquad\qquad\qquad}$$

$$\Delta C_{\text{Total}} = \sqrt{\left(\frac{\Delta(\Delta W)}{\Delta T}\right)^2 + \left(\frac{\Delta W \cdot \Delta(\Delta T)}{\Delta T^2}\right)^2} = \underline{\qquad\qquad\qquad\qquad}$$

$$C_{\text{Zylinder}} = C_{\text{Total}} - (C_{\text{Reibband}} + C_{\text{Thermometer}}) = \underline{\qquad\qquad\qquad\qquad}$$

Da $C_{\text{Reibband}}$ und $C_{\text{Thermometer}}$ vorgegeben wurden und als fehlerfrei angenommmen werden können gilt $\Delta C_{\text{Zylinder}} = \Delta C_{\text{Total}}$. Also

$$\boxed{\begin{aligned} c_{\text{Messing}} &= \frac{C_{\text{Zylinder}}}{m_{\text{Zylinder}}} = \underline{\qquad\qquad\qquad\qquad} \\ \text{mit } \Delta c_{\text{Messing}} &= \frac{\Delta C_{\text{Zylinder}}}{m_{\text{Zylinder}}} = \underline{\qquad\qquad\qquad\qquad} \end{aligned}}$$

Ergänzungen/Anmerkungen/Nebenrechnungen:

## 6.6 Diskussion

Diskutieren Sie die Ergebnisse und eventuelle Fehler.

Erläutern Sie Ihre Erkenntnisse aus der Durchführung in Bezug auf die Messwerte von $F_D$. Welches Verfahren haben Sie verwendet um den Fehler von $F_D$ zu bestimmen und warum?

Ergänzungen/Anmerkungen/Nebenrechnungen:

**gesehen:** ____________________ ________________________________

(Datum) (Unterschrift Versuchsassistenz)

# 7 Anhang: Herleitung der Formeln, Einführung in die Fehlerrechnung und grafische Geradenanpassung (vor dem Praktikum, zu Hause)

Zur Bestimmung des mechanischen Wärmeäquivalents müssen Reibungsarbeit und Wärmemenge bestimmt werden.

## 7.1 Mechanische Arbeit

Die Arbeit $W_{allg}$ ist allgemein definiert als Linienintegral entlang des zurückgelegten Weges $\vec{s}$ über die Kraft $\vec{F}$, die auf das Objekt wirkt.

$$W_{\text{allg}} = \int_L \vec{F}(\vec{s})d\vec{s} \tag{7.1}$$

Hierbei ist L die Bahnkurve des Objekts und $\vec{F}(\vec{s})$ die Kraft, die an jedem Punkt $\vec{s}$ des Weges wirkt. Bewegt sich ein Objekt entlang einer Geraden und ist die wirkende Kraft konstant und schließt mit der Bewegungsrichtung immer den gleichen Winkel $\Phi$ ein, vereinfacht sich Gleichung 7.1 zu

$$W_{\text{allg}} = \vec{F} \cdot \vec{s} = F \cdot s \cdot \cos(\Phi) \tag{7.2}$$

Bei Drehung des Zylinders muss Arbeit gegen die Reibungskraft $F_R$, die das Band erzeugt, geleistet werden. Beginnt man damit, den Zylinder so zu drehen, dass der Kraftmesser entlastet wird, wird das angehängte Gewicht zunächst einige Zentimeter angehoben, verharrt dann jedoch bei weiterer möglichst konstanter Drehzahl auf einer gewissen Höhe. Das Gewicht wird also nicht weiter beschleunigt. Die Kräfte, die in diesem System wirken sind (vgl. Abb. 7.1)

1. die nach unten gerichtete Gewichtskraft $F_G = M \cdot g$
   ($M$: Masse des Gewichtes, $g$: Erdbeschleunigung),
2. die nach oben wirkende Rückstellkraft der Feder im Kraftmesser $F_D$,
3. die nach oben wirkende Reibungskraft $F_R$.

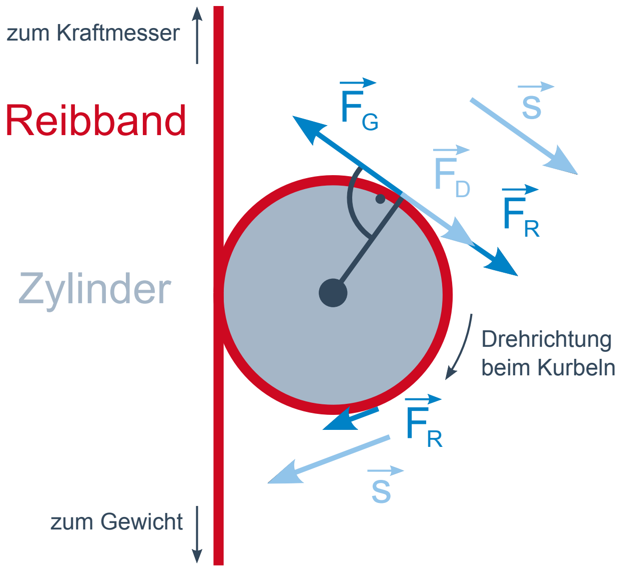



***Abbildung 7.1:*** *Kräftesituation am Zylinder. Es herrscht Kräftegleichgewicht, der Wegvektor $\vec{s}$ ist immer parallel zur Reibungskraft $\vec{F_R}$.*

Es muss also gelten

$$F_G = F_D + F_R \tag{7.3}$$

Die Masse $M$ des Gewichtes ist bekannt und $F_D$ ist am Kraftmesser ablesbar. Damit kann die Reibungskraft berechnet werden:

$$F_R = F_G - F_D = M \cdot g - F_D \tag{7.4}$$

Der zurückgelegte Weg $\Delta s$, über den die Reibungskraft wirkt, ist gegeben durch den Umfang des Zylinders und die Anzahl $n$ der getätigten Drehungen,

$$s = 2\pi \cdot r \cdot n \tag{7.5}$$

($r$ ist der Radius des Zylinders).
Der Kraftvektor $\vec{F_R}$ und der Ortsvektor $\vec{s}$ zeigen immer in die gleiche Richtung. Somit gilt für Gleichung 7.2 $\Phi = 0$ und $\cos(\Phi) = 1$. Durch Einsetzen erhält man die Formel für die geleistete mechanische Arbeit:

$$\Delta W = F_R \cdot \Delta s = 2\pi r n \cdot (F_G - F_D) \tag{7.6}$$

## 7.2 Umgesetzte Wärmemenge

Die Wärmemenge Q, die aus der geleisteten mechanischen Arbeit hervorgeht, kann über die Temperaturerhöhung des Messingzylinders bestimmt werden. Die Wärmekapazität eines

Körpers gibt an, wieviel Wärmeenergie er pro Kelvin Termperaturerhöhung aufnimmt:

$$C = \frac{\Delta Q}{\Delta T} \tag{7.7}$$

Die spezifische Wärmekapazität ist die auf die Masse des Körpers bezogene Wärmekapazität, $c = \frac{C_{\text{Körper}}}{m}$. Besteht der Körper nur aus einem Stoff, kann seine Wärmekapazität aus seiner Masse und $c$ berechnet werden.
Die Wärmekapazität $C_{\text{Total}}$, auf die sich in diesem Versuch die gemessene Temperaturerhöhung bezieht, setzt sich aus der Summe der Wärmekapazitäten aller sich erwärmenden Komponenten des Versuchsaufbaus zusammen. Das heißt

$$C_{\text{Total}} = C_{\text{Zylinder}} + C_{\text{Reibband}} + C_{\text{Thermometer}} \tag{7.8}$$

Weitere Komponenten können vernachlässigt werden, da das Reibband thermisch gut genug isoliert. $C_{\text{Zylinder}}$ ist gegeben durch die spezifische Wärmekapazität von Messing und seiner Masse

$$C_{\text{Zylinder}} = c_{\text{Messing}} \cdot m_{\text{Zylinder}} \tag{7.9}$$

Die benötigten Werte finden sich auf dem Tisch neben dem jeweiligen Versuchsaufbau.
Über die Formel

$$\Delta Q = C_{\text{Total}} \cdot \Delta T \tag{7.10}$$

kann nun die zugeführte Wärmemenge berechnet werden.

## 7.3 Mittelwert und dessen Standardabweichung

Angenommen es liegen $n$ Werte $x_i$ einer Größe $x$ mit gleicher Ungenauigkeit vor, also $\Delta x_i = \Delta x$ für alle $i$ mit $i = 1, 2, 3, \ldots, n$. Dann ergibt sich deren Mittelwert $\overline{x}$ wie folgt:

$$\overline{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n}$$

Als Fehler wird insbesondere im Zuge dieses Praktikums die Standardabweichung des Mittelwerts genutzt, nicht zu verwechseln mit der Standardabweichung einer Einzelmessung, deren Formel recht ähnlich ist, auf die hier aber nicht weiter eingegangen wird. Die relevante Formel der Standardabweichung des Mittelwerts, hier als $\Delta\overline{x}$ bezeichnet, lautet:

$$\Delta\overline{x} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})^2}$$

Sollte es vorkommen, dass für alle $i$ gilt $\overline{x} = x_i$, so würde der Wert $\Delta\overline{x}$ verschwinden. In diesem Fall ist es sinnvoll, Gaußsche Fehlerfortpflanzung (siehe Kapitel 7.4) zu nutzen, was zu $\Delta\overline{x} = \frac{\Delta x}{\sqrt{n}}$ führt, da alle $x_i$ die gleiche Ungenauigkeit $\Delta x$ besitzen. Ist der Mittelwert von nur zwei Werten $x_1$ und $x_2$ gesucht, so vereinfacht sich die Formel der Standardabweichung des Mittelwerts und wir erhalten:

$$\overline{x} = \frac{x_1 + x_2}{2} \qquad \& \qquad \Delta\overline{x} = \left|\frac{x_1 - x_2}{2}\right|$$

## 7.4 Gaußsche Fehlerfortpflanzung

In vielen Expermienten wird eine zu bestimmende Größe $z$ nicht direkt gemessen, sondern gemäß bestimmter physikalischer Formel aus anderen Messgrößen $(a, b, ...)$ berechnet. Jede dieser Messgrößen ist experimentell immer mit einer gewissen Messunsicherheit $(\Delta a, \Delta b, ...)$ belegt. Die Gaußsche Fehlerfortpflanzung beschreibt den Einfluss fehlerbehafteter Größen auf die Ungenauigkeit einer sich aus diesen zusammensetzenden Größe. Als ein verallgemeinertes Beispiel ist der Wert von $z$ mit dessen Ungenauigkeit $\Delta z$ zu bestimmen. Der Wert $z$ hängt von mehreren anderen Größen ab,

$$z = z\,(a, b, c, \dots)$$

Alle Größen $a, b, c, \dots$ besitzen jeweils eine Ungenauigkeit $\Delta a, \Delta b, \Delta c, \dots$. Dann ergibt sich $\Delta z$ aus

$$\Delta z = \sqrt{\left(\frac{\partial z}{\partial a}\Delta a\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial b}\Delta b\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial c}\Delta c\right)^2 + \dots}$$

wobei die Brüche $\frac{\partial z}{\partial x}$ partiellen Ableitungen von $z$ nach einer Größe $x$ entsprechen.

## 7.5 Graphische Geradenanpassung

Bei einer graphischen Geradenanpassung wird versucht, an experimentell gemessene Werte $x_i$ und $y_i$, bei denen man einen linearen Zusammenhang der Form $y = y\,(x) = a \cdot x + b$ vermutet, eine Gerade anzulegen, die die Messwerte möglichst gut repräsentiert. (Anmerkung: Voraussetzung hierfür ist, dass die Messwerte normalverteilte Fehler aufweisen.) Hierzu werden zunächst zwei Extremalgeraden konstruiert, die jeweils 2/3 der Werte (inkl. Fehlerbalken bzw. -flächen) treffen. Eine Gerade sollte hierbei mit möglichst maximaler, eine mit möglichst minimaler Steigung angelegt werden. Dabei ist zu beachten, dass nicht getroffene Messwerte maximal einen Abstand von der jeweiligen Geraden haben sollten, der der doppelten Messungenauigkeit entspricht. Sollten sich in den Daten sogenannte „Ausreißer“ befinden, d.h. einzelne Messwerte, die stark vom angenommen linearen Verlauf abweichen, so können diese (mit Begründung) aus dem Anpassungsprozess ausgenommen werden. Die Ausgleichsgerade, also die Gerade, die die Messwerte möglichst gut approximiert, lässt sich schließlich allgemein aus den Mittelwerten aus $a_{\text{min}}$ und $a_{\text{max}}$ bzw. $b_{\text{min}}$ und $b_{\text{max}}$ bestimmen.
Weitere Erläuterungen, wie und warum die graphische Geradenanpassung in diesem Versuch konkret durchgeführt werden soll, finden Sie in Kapitel 6.1.

# 8 Literatur


- Fehlerrechnung:
  http://www.astro.uni-koeln.de/teaching_seminars/AP/
  http://www.ph2.uni-koeln.de/fileadmin/Lehre/Anfaengerpraktikum/Fehler.pdf
- Meschede und Gerthsen: Physik, Springer, Berlin, 24. Aufl., 2010 (Kapitel 6)
  http://www.ub.uni-koeln.de/digital/e_books/springer_links/index_ger.html
- Halliday, Physik, Wiley-VCH, 2. Auflage, 2009 (Kapitel 19)
- James Prescott Joule: Ueber das mechanische Waerme-Aequivalent. In: Annalen der Physik und Chemie. Band 4, Verlag J. A. Barth, 1854, S. 601ff.