

Unterlagen zum FP-Versuch

„Mikrowellen-Radiometer“

Auszug aus:

**Technische Grundlagen der
Radioastronomie**

Prof. O.Hachenberg, Dr. B.Vowinkel

2.1 Eigenschaften der zu messenden Strahlung

Im Gegensatz zu der Strahlung, die von technischen Sendern zur Nachrichtenübermittlung abgestrahlt wird, ist die Strahlung mit der wir es in der Radioastronomie zu tun haben eine ungeordnete Strahlung. Es handelt sich um ein Gemisch von statistisch voneinander unabhängigen Wellenzügen unterschiedlicher Frequenz und Phasenlage. Man bezeichnet eine solche Strahlung nach dem akustischen Eindruck im hörbaren Niederfrequenzbereich als Rauschstrahlung. Wegen der statistischen Schwankungen der Strahlung müssen wir bei den Meßgrößen grundsätzlich mit zeitlichen Mittelwerten arbeiten.

Elektromagnetische Strahlung beliebigen Ursprungs läßt sich durch folgende Meßgrößen voll charakterisieren: Strahlungsrichtung (bzw. Position der Strahlungsquelle), Strahlungsintensität, spektrale Verteilung, Polarisierung und Zeitabhängigkeit. Die Strahlungsrichtung wird mit Hilfe von Richtantennen (Radioteleskopen) festgestellt, die Strahlung nur aus einem genau definierten Raumwinkelbereich empfangen (Näheres dazu im Kapitel über Antennen). In der Radioastronomie ist die Messung der Zeitabhängigkeit interessant bei veränderlichen Radioquellen und Pulsaren. Insbesondere bei der Messung von Pulsaren sind hierzu besondere technische Einrichtungen notwendig, auf die wir aber hier nicht weiter eingehen wollen. Mit einigen Meßgrößen wollen wir uns im folgenden etwas eingehender befassen.

Strahlungsintensität

Der Energiefluß einer elektromagnetischen Welle ist durch den Poyntingschen Vektor gegeben:

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H} \quad (\text{W} \cdot \text{m}^{-2}) \quad (2,1)$$

Bei sinusförmigen Zeitabhängigkeiten der Felder ist der zeitliche Mittelwert (Effektivwert) des Energieflusses:

$$\dot{S}' = 1/2 \operatorname{Re} (\vec{E} \times \vec{H}^*) \quad (2,2)$$

wobei \vec{H}^* der zu \vec{H} konjugiert komplexe Wert ist

Da man es in der Radioastronomie mit einer breitbandigen Rauschstrahlung zu tun hat, bezieht man den Energiefluss auf die Einheitsbandbreite von 1Hz und bezeichnet ihn dann als Flußdichte (S). Die Dimension der Flußdichte ist damit: $\text{W m}^{-2} \text{Hz}^{-1}$ bzw. $\text{W m}^{-2} \text{s}$. Die Flußdichte ist also die Strahlungsleistung, die einer (senkrecht zum Strahl stehenden) Fläche von 1m^2 auf der Erde im Bereich von 1Hz Bandbreite zugestrahlt wird. Sie liegt in der Größenordnung von: 10^{-29} bis $10^{-20} \text{W m}^{-2} \text{Hz}^{-1}$. Hierbei stellt der untere Wert in etwa die derzeitige Nachweisgrenze dar. Man definiert:

$$1 \cdot 10^{-26} \text{W m}^{-2} \text{Hz}^{-1} \text{ als eine Flußeinheit} \\ \text{(Flux Unit) oder auch} \\ \text{1 Jansky (Jy), benannt}$$

nach K.G. Jansky, einem Pionier der Radioastronomie.

Bei ausgedehnten Quellen erhält man die zugestrahlte Flußdichte durch Integration der Helligkeit über die gesamte Quelle:

$$S = \int_{\text{Quelle}} B_{(\theta, \phi)} d\Omega \quad (2,3)$$

$B_{(\theta, \phi)}$: Helligkeitsverteilung

$d\Omega$: Einheitsraumwinkelelement

In dem uns interessierenden Wellenlängenbereich kann man für die Helligkeit die Rayleigh-Jeanssche Näherung verwenden:

$$B = \frac{2 k T}{\lambda^2} \quad (\text{W m}^{-2} \text{s rad}^{-2}) \quad (2,4)$$

Das heißt, die Helligkeit und damit die Flußdichte sind proportional der Strahlungstemperatur. Wir können also einer ausgedehnten Quelle eine äquivalente Schwarzkörper-Strahlungstemperatur zuschreiben. Auch bei nichtthermischen Strahlungsquellen ist diese Zuordnung möglich. Es ergibt sich dann eben eine wellenlängenabhängige Strahlungstemperatur.

Die Frage ist nun, welche Leistung eine Quelle mit einer bestimmten Ausdehnung und Strahlungstemperaturverteilung am Empfängerereingang erzeugt. Dazu nehmen wir zunächst einmal vereinfachend an, daß die Antenne in einem absorbierenden (schwarzen) Hohlraum sitzt, der aufgrund seiner Temperatur die Helligkeit B erzeugt. Die von der Antenne empfangene Leistung ist dann:

$$P = \frac{1}{2} A S \Delta\nu = \frac{1}{2} A \Omega_A \Delta\nu B \quad (2,5)$$

A : effektive Antennenfläche (siehe Kap. 4)

Ω_A : effektiver Raumwinkel der Antenne (siehe Kap. 4)

$\Delta\nu$: Bandbreite

Der Faktor $1/2$ steht hier, weil die Antenne nur in einer Polarisationsrichtung empfängt. Nun ergibt sich aus dem nachfolgend beschriebenen Gedankenexperiment (Abb. 2,1):

$$P = k T \Delta\nu \quad (2,6)$$

Mit (2,4) erhält man dann aus (2,5):

$$A \Omega_A = \lambda^2 \quad (2,7)$$

Formel (2,6) ist identisch mit der für die Rauschleistung eines elektrischen Widerstandes auf der Temperatur T (Nyquist Theorem). Wir können also dem Strahlungswiderstand der Antenne eine äquivalente Rauschtemperatur (Antennentemperatur) zusprechen, die im Idealfall gleich der Strahlungstemperatur der zu messenden Strahlungsquelle ist.

Diesen Zusammenhang kann man sich anhand einer einfachen thermodynamischen Überlegung klarmachen. Denken wir uns eine Antenne in einen absorbierenden Hohlraum hineingesetzt, der sich auf der Temperatur T_1 befindet. Die von der Antenne aufgenommene Leistung P_1 wird über eine verlustfreie Leitung einem Widerstand zugeführt, der sich auf der Temperatur T_2 befindet.

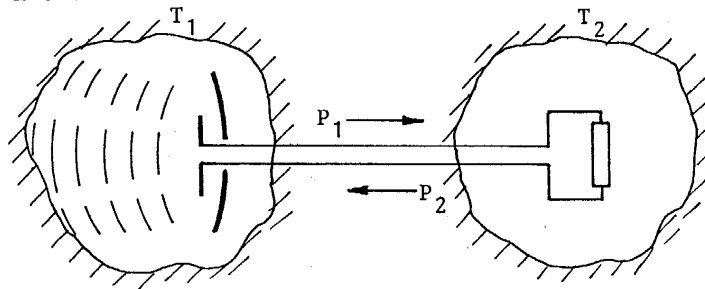


Abb. 2,1: Gedankenexperiment zur Erklärung der Antennentemperatur

Die im Widerstand nach Formel (2,6) erzeugte Rauschleistung P_2 wird über die Leitung der Antenne zugeführt und dort in den Hohlraum abgestrahlt. Ist nun $T_1 = T_2 = T$, so muß auch $P_1 = P_2$ sein, da andernfalls ein netto-Leistungstransport stattfindet, der ohne Zuführung zusätzlicher Energie zur Abkühlung des einen Hohlraums und Erwärmung des anderen Hohlraums führt, was nach dem 2.Hauptsatz der Thermodynamik unmöglich ist. Da diese Überlegung unabhängig von der absoluten Temperatur T und der Bandbreite $\Delta\nu$ ist, muß Formel (2,6) auch für die Antenne gelten.

Bei der radioastronomischen Messung von ausgedehnten Quellen ist die Situation ähnlich dem oben beschriebenen Prinzip. Hier ist jedoch die durch die Quelle erzeugte Antennentemperatur immer niedriger als die Strahlungstemperatur der Quelle, infolge der nichtidealen Antennencharakteristik und der Dämpfung der Erdatmosphäre. Ist die Ausdehnung der Quelle kleiner als der von der Antennencharakteristik überdeckte Raumwinkelbereich,

so erhält man entsprechend niedrigere Antennentemperaturen (siehe Kap. 5).

Spektrale Verteilung

Um Rückschlüsse auf den physikalischen Erzeugungsmechanismus der Strahlung machen zu können, ist die Messung der spektralen Verteilung der Strahlungsintensität von entscheidender Bedeutung. Über einen größeren Wellenlängenbereich ist dies nur mit einzelnen Empfängern möglich, die bei einer jeweils anderen Wellenlänge arbeiten. Aus den Einzelmessungen kann dann der Spektralindex bestimmt werden.

Bei der Messung der spektralen Verteilung im Kleinen, d.h. bei der Messung von atomaren oder molekularen Linienübergängen, geht man so vor, daß zunächst ein Frequenzband empfangen und verstärkt wird und danach in einem Spektrometer auf seine spektrale Verteilung hin untersucht wird (Weiteres dazu im Kapitel über Spektrometer).

Polarisation

Eine vollkommen polarisierte, ebene Welle, die sich in z-Richtung ausbreitet, kann man z.B. durch die kartesischen Komponenten des elektrischen Feldes charakterisieren:

$$\begin{aligned} E_x &= E_{x0} \sin(\omega t - \beta z) \\ E_y &= E_{y0} \sin(\omega t - \beta z + \delta) \end{aligned} \quad (2,8)$$

Ist die Phasendifferenz δ gleich Null, so liegt eine linear polarisierte Welle vor, deren Polarisationsrichtung von den Konstanten E_{x0} und E_{y0} festgelegt ist. Ist $\delta = +90^\circ$ und $E_{x0} = E_{y0}$ so sprechen wir von einer vollkommen linkszirkular polarisierten Welle und bei $\delta = -90^\circ$ von einer rechtszirkular polari-

sierten Welle. Im allgemeinen Fall liegt eine Mischung aus linearer und zirkularer Polarisation vor. Der Zeiger des gesamten elektrischen Feldes beschreibt dann in Abhängigkeit der Zeit eine Ellipse.

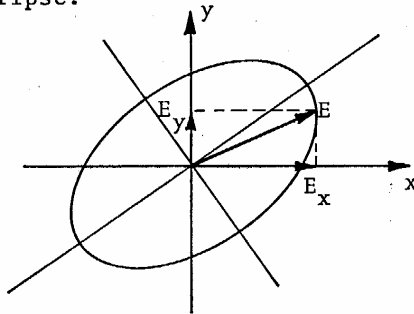


Abb. 2,2: Polarisationsellipse

Je nachdem ob $\delta > 0$ oder $\delta < 0$ ist, bewegt sich der Zeiger links- oder rechtsherum. Neben der oben gewählten Darstellung in kartesischen Koordinaten kann man sich den allgemeinen Fall auch aus zwei entgegengesetzt zirkular polarisierten Teilwellen unterschiedlicher Amplitude zusammengesetzt denken:

$$E_r = E_{r0} \exp(j\omega t) \quad (2,9)$$

$$E_l = E_{l0} \exp(-j(\omega t + \delta'))$$

Die Umrechnung in linear polarisierte Teilwellen ist:

$$E_x = \operatorname{Re} (E_r + E_l) \quad (2,10)$$

$$E_y = \operatorname{Im} (E_r + E_l)$$

Die bisher betrachteten Fälle beziehen sich alle auf eine 100% polarisierte Welle. Die Strahlung mit der wir es in der Radioastronomie zu tun haben, besteht jedoch aus einer Vielzahl statistisch voneinander unabhängiger Teilwellen unterschiedlicher Polarisation, so daß man im allgemeinen höchstens

mit einer nur teilweise polarisierten Strahlung rechnen kann. Die eventuell (im statistischen Mittel) vorhandene Teilpolarisation wird hier durch ein am Entstehungsort der Strahlung vorhandenes Magnetfeld verursacht. In kartesischen Koordinaten läßt sich eine teilweise polarisierte Welle folgendermaßen darstellen:

$$\begin{aligned} E_x &= E_{x0}(t) \sin(\omega t - \beta z) \\ E_y &= E_{y0}(t) \sin(\omega t - \beta z + \delta(t)) \end{aligned} \quad (2,11)$$

Bei einer vollkommen unpolarisierten Welle sind die zeitabhängigen Funktionen $E_{x0}(t)$, $E_{y0}(t)$ und $\delta(t)$ voneinander statistisch unabhängig. Bei einer teilweise polarisierten Welle besteht dagegen eine gewisse Korrelation zwischen diesen Funktionen. Technisch bedingt, kann die Polarisation immer nur als integraler Wert über ein begrenztes Frequenzintervall $\Delta\nu$ bestimmt werden. Davon abgesehen ist der Polarisationsgrad und die Polarisationsrichtung im allgemeinen frequenzabhängig, so daß ohnehin nur eine Messung über ein kleines Frequenzintervall sinnvoll ist. Zur Charakterisierung einer teilweise polarisierten Strahlung benutzt man zweckmäßigerweise die sog. Stokeschen Parameter. Da es bei der Bestimmung der Polarisation nur auf relative Feldstärken und Flußdichten ankommt, normiert man die Stokeschen Parameter auf die Gesamtflußdichte S . Der Zusammenhang zwischen Flußdichte und elektrischer Feldstärke ist mit (2,2) und den Maxwell'schen Gleichungen:

$$S = \frac{E^2}{Z \Delta\nu^2} \quad (\text{W m}^{-2} \cdot \text{Hz}^{-1}) \quad (2,12)$$

Z: Wellenwiderstand des freien Raumes (377Ω)

E: elektrische Gesamtfeldstärke im Frequenzintervall $\Delta\nu$

Die Definition der normierten Stokeschen Parameter ist damit:

$$\begin{aligned}
 I &= \langle E_{x0}^2 / E^2 \rangle + \langle E_{y0}^2 / E^2 \rangle = \frac{S_x + S_y}{S} = 1 \\
 Q &= \langle E_{x0}^2 / E^2 \rangle - \langle E_{y0}^2 / E^2 \rangle = \frac{S_x - S_y}{S} \\
 U &= 2 \langle E_{x0} E_{y0} \cos \delta / E^2 \rangle \\
 V &= 2 \langle E_{x0} E_{y0} \sin \delta / E^2 \rangle
 \end{aligned}
 \tag{2,13}$$

Hierbei bedeuten die Klammern jeweils die zeitlichen Mittelwerte der Form:

$$\langle E^2 \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T E^2 dt
 \tag{2,14}$$

prinzipiell ist:

$$I^2 \geq Q^2 + U^2 + V^2
 \tag{2,15}$$

Bei einer absolut unpolarisierten Strahlung verschwinden die Korrelationsterme zwischen E_{x0} und E_{y0} . Außerdem sind dann die Mittelwerte der Komponenten gleich. Damit erhält man folgende Stokeschen Parameter:

$$\begin{aligned}
 I &= 1 \\
 Q &= 0 \\
 U &= 0 \\
 V &= 0
 \end{aligned}$$

Bei einer teilweise polarisierten Strahlung ist der Gesamtpolarisationsgrad:

$$d = \sqrt{Q^2 + U^2 + V^2} / I
 \tag{2,16}$$

für die einzelnen Polarisationsarten gilt:

$$\text{linearer Polarisationsgrad: } d_1 = \sqrt{Q^2 + U^2} / I
 \tag{2,17}$$

$$\text{zirkularer Polarisationsgrad: } d_z = V / I
 \tag{2,18}$$

Bei 100% Linkszirkularpolarisation ist $d_z = 1$ und bei 100% Rechtszirkularpolarisation ist $d_z = -1$.

Geht man von zirkular polarisierten Teilwellen aus, so ergeben sich folgende Definitionsgleichungen für die Stokesschen Parameter:

$$\begin{aligned}
 I &= \langle E_{10}^2/E^2 \rangle + \langle E_{r0}^2/E^2 \rangle = \frac{S_1 + S_r}{S} = 1 \\
 Q &= 2 \langle E_{10} E_{r0} \cos\delta'/E^2 \rangle \\
 U &= 2 \langle E_{10} E_{r0} \sin\delta'/E^2 \rangle \\
 V &= \langle E_{10}^2/E^2 \rangle - \langle E_{r0}^2/E^2 \rangle = \frac{S_1 - S_r}{S}
 \end{aligned}
 \tag{2,19}$$

Mit der Angabe der vier Stokesschen Parameter ist die Polarisation der Strahlung vollständig beschrieben.

2.3 Grenzempfindlichkeit

Aus den in Kapitel 2.1 aufgezeigten Eigenschaften der zu messenden Strahlung geht hervor, daß ein radioastronomischer Empfänger in der Lage sein sollte, möglichst kleine Signalleistungen nachzuweisen. Bei festgelegter Empfangsbandbreite können wir auch aufgrund von Gleichung (2,7) sagen, daß der Empfänger möglichst kleine Änderungen der Antennentemperatur nachweisen können sollte. Das heißt, wir können die Grenzempfindlichkeit eines Empfängers durch die kleinste gerade noch nachweisbare Temperaturänderung der Antennentemperatur charakterisieren.

Eigenrauschen von Empfängern

Empfänger bestehen aus Bauteilen, die zum Teil selbst rauschen, d.h. ein elektromagnetisches Rauschspektrum erzeugen. Diese Rauschteile entstehen teilweise als thermisches Rauschen in Widerständen oder, allgemeiner ausgedrückt, an ohmschen Anteilen von Bauelementen (Nyquist Theorem) und als Schrotrauschen und Halbleiterrauschen in aktiven Bauelementen, wie z.B. Oszillatoren, Transistoren, Dioden usw. Reine Blindwiderstände (Induktivitäten, Kapazitäten) erzeugen dagegen keine Rauschleistung. Schreiben wir nun die durch das Eigenrauschen des Empfängers verursachte Rauschleistung einem ohmschen Widerstand zu, der sich am Empfängereingang befindet, und nehmen wir damit an, daß der Empfänger selbst nicht rauscht, so ist die gesamte Rauschleistung des Empfangssystems:

$$P_{\text{sys}} = P_{\text{R}} + P_{\text{A}} \quad (2,41)$$

bzw. mit (2,6):

$$\boxed{T_{\text{sys}} = T_{\text{R}} + T_{\text{A}}} \quad (2,42)$$

T_{sys} : Systemrauschtemperatur
 T_{A} : Antennenrauschtemperatur
 T_{R} : Empfängerrauschtemperatur

Wir können also dem Empfänger eine Eigenrauschtemperatur T_R zusprechen. Die Antennentemperatur T_A enthält neben dem nachzuweisenden Signal auch noch Rauschtemperaturanteile, die von der Bodenstrahlung und der Atmosphäre herrühren. Aufgrund ihrer statistischen Eigenschaften sind die einzelnen Rauschtemperaturanteile prinzipiell nicht voneinander zu unterscheiden. Man mißt also zunächst einmal nur die Systemrauschtemperatur. Der Anteil des nachzuweisenden Signals muß mit Hilfe von bestimmten Eichverfahren dann daraus ermittelt werden. Bereits hier ist einzusehen, daß dies umso genauer gelingt, je geringer die Eigenrauschtemperatur des Empfängers ist.

Nachweisgrenze

Befassen wir uns nun mit der Frage, wie die Systemrauschtemperatur die Grenzeempfindlichkeit beeinflusst. Dazu betrachten wir zunächst einen besonders einfach aufgebauten Empfänger:

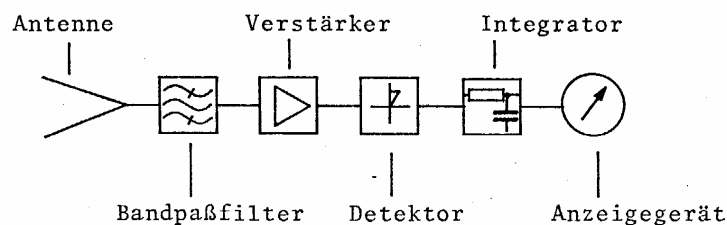


Abb. 2,6: Total-power-Empfänger

Da im allgemeinen die Bandbreite des Empfängers klein gegen die Empfangsfrequenz ist, kann man die gesamte Eingangsrauschleistung über die Bandbreite als konstant betrachten. In diesem Frequenzband haben wir es also mit sogenanntem "weißem Rauschen" zu tun, d.h. alle Frequenzen sind gleich stark vertreten. Schneiden wir zunächst nur mit einem Tiefpaßfilter alle Fre-

quenzen $f > f_0$ ab, so fehlen im zeitlichen Verlauf der Spannung hinter dem Tiefpaßfilter alle Frequenzen über f_0 . Eine genauere Charakterisierung des zeitlichen Verlaufs können wir nun erreichen, indem wir in gleichen zeitlichen Abständen a jeweils die Spannung $U(t)$ messen und daraus die Häufigkeitsverteilung ermitteln. Der Abstand a muß dabei mindestens $1/f_0$ sein, damit zwei aufeinanderfolgende Werte voneinander statistisch unabhängig sind. Normieren wir die Spannungswerte noch auf den zeitlichen Effektivwert U_{eff} , so erhalten wir als Wahrscheinlichkeitsverteilung für einen bestimmten Wert der relativen Spannung U/U_{eff} eine Gaußverteilung (siehe Abb. 2,7). Entgegen diesem einfachen Beispiel reicht das Empfangsband unserer Empfänger jedoch nicht bis 0 Hz herunter, sondern wir empfangen Frequenzen im Bereich $f_1 < f < f_2$. Die Bandgrenzen werden durch ein Bandpaßfilter (siehe Abb. 2,6) festgelegt. In diesem Fall können wir uns den zeitlichen Verlauf der Spannung zusammengesetzt denken aus einer sinusförmigen Schwingung der Mittenfrequenz f_m , der eine statistische Amplituden- und Phasenschwankung überlagert ist:

$$U(t) = U_0(t) \cos(\omega_m t + \phi(t)) \quad (2,43)$$

Als Häufigkeitsverteilung der Hüllkurve $U_0(t)$ ergibt sich hier eine sogenannte Rayleigh-Verteilung (siehe Abb. 2,7).

In dem hinter dem Bandpaßfilter folgenden Verstärker ändert sich an der Häufigkeitsverteilung der relativen Spannungswerte nichts, wenn die Verstärkung über die Empfangsbandbreite $\Delta\nu$ konstant ist, was wir hier zur Vereinfachung annehmen wollen. Die Ausgangsleistung des Verstärkers ist dann mit (2,6):

$$P_{\text{HF}} = G k (T_{\text{sys}} + \Delta T) \Delta\nu \quad (2,44)$$

wobei $\Delta T \ll T_{\text{sys}}$ gelten soll

ΔT : Signalrauschtemp.
G: Leistungsverstärkung
(Gain)

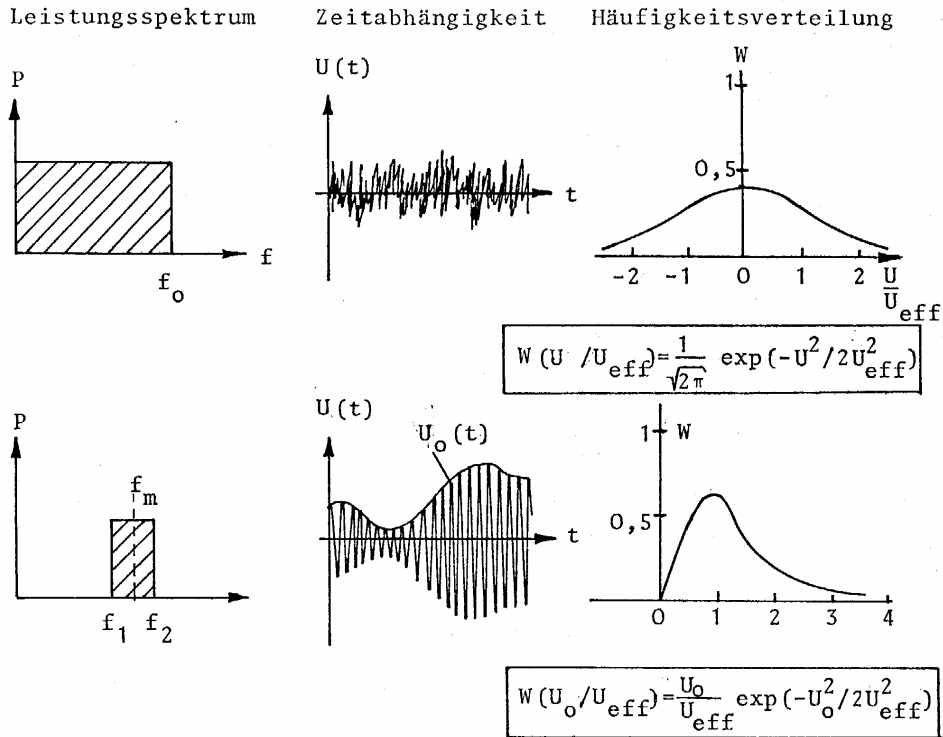


Abb. 2,7: Häufigkeitsverteilungen von "weißem Rauschen" mit begrenzter Bandbreite

Diese Rauschleistung wird dann zur Gleichrichtung auf einen Detektor gegeben, der im Idealfall eine quadratische Kennlinie hat, d.h. es ist:

$$U_{\text{det}} = \alpha U_{\text{HF}}^2 \quad (2,45)$$

U_{HF} : Rauschspannung am Verstärkerausgang

U_{det} : Spannung am Detektorausgang α : Konversionskonstante

bzw. mit (2,43):

$$U_{\text{det}} = \frac{\alpha U_o^2(t)}{2} + \frac{\alpha U_o^2(t)}{2} \cos(2\omega_m t + 2\phi(t)) \quad (2,46)$$

Da U_{HF}^2 bzw. U_0^2 proportional der HF-Leistung sind, ist die Detektorausgangsspannung U_{det} mit (2,46) ebenfalls proportional der HF-Leistung und mit (2,44) dann auch proportional der Systemrauschtemperatur:

$$U_{\text{det}} = c' G k \Delta v (T_{\text{sys}} + \Delta T) = c (T_{\text{sys}} + \Delta T) \quad (2,47)$$

c', c : Konstanten

Die Detektorausgangsspannung U_{det} besteht aus einem Gleichspannungsanteil, dem eine Rauschspannung überlagert ist. Entscheidend für die Genauigkeit, mit der die Rauschleistung P_{HF} bestimmt werden kann, ist offensichtlich das Verhältnis der Rauschkomponente zur Gleichstromkomponente der Detektorspannung. Zur Bestimmung dieses Verhältnisses müssen wir uns ansehen, was mit der Häufigkeitsverteilung der HF-Spannung am Detektor geschieht. Da hinter dem Detektor immer ein Integrierglied (bzw. Tiefpaßfilter) folgt, der nur die niederfrequenten Schwankungen durchläßt, können wir hier bereits den hochfrequenten Term in Gleichung (2,46) vernachlässigen. Es bleibt daher:

$$U_{\text{det}} = \frac{\alpha U_0^2(t)}{2} \quad (2,48)$$

Nun gilt für Funktionen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen $y(t) = g(x(t))$ die Beziehung:

$$W_2(y_t) = W_1(x_t) \left| \frac{dx}{dy} \right| \quad (2,49)$$

W_1, W_2 : Wahrscheinlichkeitsverteilungen

Wenden wir diese Gleichung auf unseren Fall an, so ist:

$$W(U_{\text{det}}) = W(U_0) \frac{1}{\sqrt{2\alpha U_{\text{det}}}} \quad (2,50)$$

Setzen wir nun für $W(U_0)$ die Rayleigh-Verteilung (Abb. 2,7)

ein, so bekommen wir für die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Detektorausgangsspannung:

$$W(U_{\text{det}}) = \frac{1}{\alpha U_{\text{eff}}} \exp(-U_{\text{det}}/\alpha U_{\text{eff}}^2) \quad (2,51)$$

Um daraus das Schwankungsspektrum der Leistung zu erhalten, muß man hiervon die Autokorrelationsfunktion bilden und diese dann fouriertransformieren (das Prinzip ist im Kapitel über Spektrometer genauer dargestellt). Die explizite Berechnung wollen wir uns hier ersparen. Das Ergebnis ist in Abb. 2,8 angegeben.

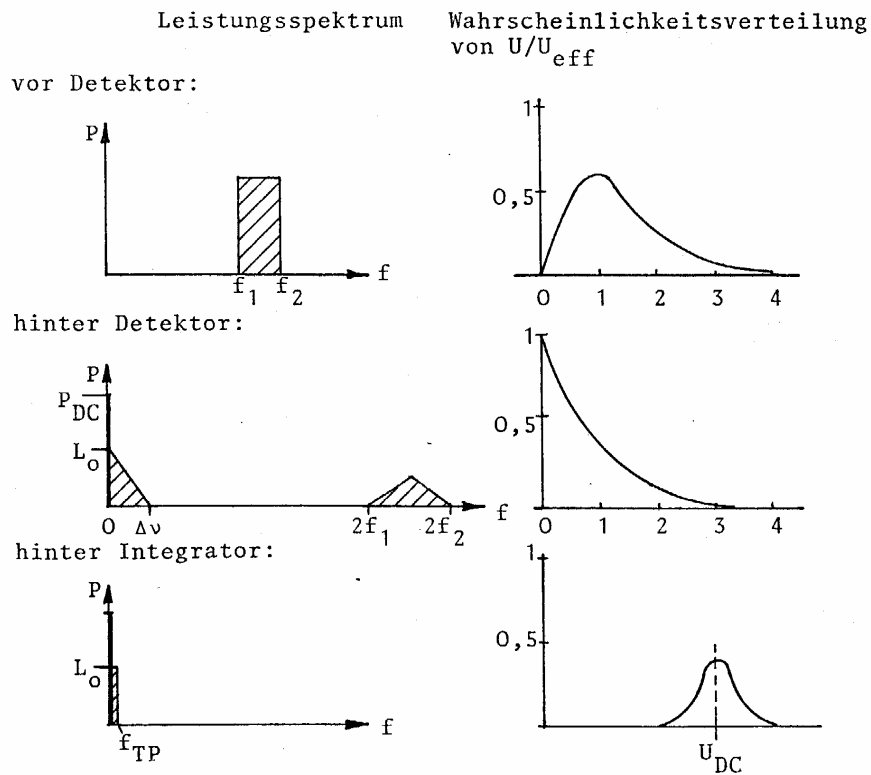


Abb. 2,8: Eigenschaften des Signals an verschiedenen Punkten des Empfängers

Das in Abb. 2,8 dargestellte Ergebnis kann man sich auch auf folgende Weise anschaulich klarmachen. An der quadratischen Kennlinie des Detektors werden Mischprodukte aller Frequenzen zwischen f_1 und f_2 erzeugt (siehe auch Kapitel über Mikrowellenmischer). Das heißt, es entstehen Frequenzen der Form $f_k - f_i$ und $f_k + f_i$, wobei f_k und f_i Frequenzen aus dem Bereich f_1 bis f_2 darstellen. Unterteilt man den Frequenzbereich in gleich große Frequenzintervalle und zählt die möglichen Differenz- und Summenfrequenzen ab, so ergibt sich das dargestellte Spektrum.

In dem hinter dem Detektor folgenden Integrator bzw. Tiefpaßfilter werden alle Frequenzen über f_{TP} abgeschnitten. In der Praxis ist diese Frequenz im allgemeinen wesentlich niedriger als die Bandbreite $\Delta\nu$, so daß man die Rauschleistung zwischen 0 Hz und f_{TP} näherungsweise als konstant betrachten kann. Der verbleibende niederfrequente Schwankungsanteil der Detektorausgangsleistung ist damit (siehe Abb. 2,8):

$$P_{NF} = L_O f_{TP} \quad (2,52)$$

Die Berechnung ergibt für L_O :

$$L_O = 2 \frac{P_{DC}}{\Delta\nu} \quad (2,53)$$

Das Verhältnis von Schwankungsleistung P_{NF} zur Gleichspannungsleistung P_{DC} ist folglich:

$$\frac{P_{NF}}{P_{DC}} = 2 \frac{f_{TP}}{\Delta\nu} \quad (2,54)$$

oder in Spannungen ausgedrückt:

$$\frac{U_{NF}}{U_{DC}} = \sqrt{\frac{2f_{TP}}{\Delta\nu}} \quad (2,55)$$

Unter U_{NF} wollen wir wieder den zeitlichen Effektivwert verstehen, d.h. die Wurzel aus dem Mittelwert der Schwankungs-

quadrate:

$$U_{NF} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T U_{NF}^2(t) dt} \quad (2,56)$$

Da abgesehen von der Gleichspannungskomponente das Leistungsspektrum hinter dem Tiefpaßfilter die gleiche Form hat wie in Abb. 2,7 oben, erhalten wir für die statistische Verteilung von $U_{NF}(t)$ wieder eine Gaußverteilung, die allerdings um U_{DC} verschoben ist. Als Nachweisgrenze definiert man nun ein Eingangssignal ΔT , das am Empfängeranfang eine Gleichspannung erzeugt, die genauso groß ist wie der Effektivwert der Schwankungen U_{NF} . Bei der Gaußverteilung ist die Sicherheit, daß eine solche Änderung von einem Eingangssignal herrührt und nicht von den statistischen Schwankungen, gleich 68%. Bei einer dreifach größeren Spannungsänderung ($3 U_{NF}$) ist die Nachweissicherheit bereits 99,7%. Ein solches Signal gilt dann als sicher nachgewiesen. Da die Detektorspannung nach (2,47) proportional der Gesamttrauschttemperatur am Empfängeranfang ist, erhalten wir für die Nachweisgrenze (68% Sicherheit):

$$\frac{\Delta T}{T_{sys}} = \frac{U_{NF}}{U_{DC}} \quad (2,57)$$

bzw. mit (2,55):

$$\Delta T = T_{sys} \sqrt{\frac{2 f_{TP}}{\Delta v}} \quad (2,58)$$

Bei der bisherigen Ableitung der Grenzümpfindlichkeit wurde angenommen, daß das Tiefpaßfilter eine rechteckförmige Frequenzcharakteristik besitzt. Solche Filter sind in der Praxis jedoch nicht herstellbar. Bei einer von der Rechteckform abweichenden Charakteristik $G(f)$ kann man allerdings eine effektive Grenzfrequenz angeben:

$$f_{TP} = \frac{\int_0^\infty G(f) df}{G(0)} \quad (2,59)$$

Wird als Tiefpaßfilter ein Integrator verwendet, so kann man anstelle der effektiven Grenzfrequenz f_{TP} die Integrationszeit τ zur Berechnung der Grenzeempfindlichkeit verwenden. Ein idealer Integrator hat folgende Charakteristik:

$$G(\omega) = \frac{\sin^2(1/2 \omega \tau)}{(1/2 \omega \tau)^2} \quad (2,60)$$

Mit (2,59) erhält man für den idealen Integrator:

$$f_{TP} = \frac{1}{2 \tau} \quad (2,61)$$

Eingesetzt in (2,58) bekommt man für die Grenzeempfindlichkeit:

$$\Delta T = \frac{T_{sys}}{\sqrt{\Delta v \tau}} \quad (2,62)$$

In der Praxis wird als Integrator meistens ein RC-Glied (Widerstand-Kondensator) verwendet. Die Frequenzcharakteristik ist hier:

$$G(\omega) = \frac{1}{1 + \omega^2 \tau_{RC}^2} \quad (2,63)$$

$$\text{mit } \tau_{RC} = R C$$

Die Berechnung ergibt hier mit (2,61) und (2,59):

$$\tau = 2 \tau_{RC} \quad (2,64)$$

und damit:

$$\Delta T = \frac{T_{sys}}{\sqrt{2 \Delta v \tau_{RC}}} \quad (2,65)$$

Das Ergebnis (2,62) läßt sich auch auf folgende Weise leicht einsehen. Pro Sekunde werden im HF-Teil des Empfängers Δv statistisch voneinander unabhängige Rauschbeiträge erzeugt.

Innerhalb der Integrationszeit τ bekommt man dann $\Delta\nu\tau$ voneinander unabhängige Beiträge. Die relative Meßgenauigkeit (Standardabweichung) einer statistischen Größe (mit Gaußverteilung) ist bekanntlich: $\Delta x/x = 1/\sqrt{n}$, wenn n die Zahl der Meßwerte ist. Auf unseren Fall angewandt, erhält man: $\Delta T/T_{\text{sys}} = 1/\sqrt{\Delta\nu\tau}$, was Gleichung (2,62) entspricht.

Messung des Eigenrauschens

Nachdem im letzten Kapitel die Grenzempfindlichkeit abgeleitet wurde, stellt sich nun die Frage, wie diese für ein spezielles Radiometer meßtechnisch bestimmt werden kann. Die Bandbreite $\Delta\nu$ wird durch ein Bandpaßfilter festgelegt und ist damit bekannt. Das gleiche gilt für die Integrationszeit τ , die durch die Schaltelemente des Integrators bestimmt ist. Es bleibt also die Ermittlung der Systemrauschtemperatur T_{sys} , bzw. der Empfängerrauschtemperatur T_{R} .

Aus der Detektorspannung U_{det} ließe sich aufgrund der Gleichung (2,47) im Prinzip die Systemrauschtemperatur ermitteln, wenn die Proportionalitätskonstanten genügend genau bekannt wären. Das ist jedoch im allgemeinen nicht der Fall. Insbesondere die Verstärkung G kann sich mit der Zeit ändern. Man kann nun das Problem lösen, indem man die Gesamtrauschleistung bzw. die Detektorspannung für verschiedene, genau bekannte Antennentemperaturen T_{A} mißt (Hot-Cold-Verfahren). Nach (2,42) und (2,44) ist:

$$T_{\text{sys}} = T_{\text{R}} + T_{\text{A}} = c P_{\text{HF}} \quad (2,66)$$

c : Konstante

Erzeugt man einmal eine hohe Antennentemperatur T_{H} und dann eine niedrige T_{C} , so ist die jeweils entsprechende Rauschleistung:

$$P_{\text{H}} = (T_{\text{H}} + T_{\text{R}}) c \quad (2,67)$$

$$P_{\text{C}} = (T_{\text{C}} + T_{\text{R}}) c \quad (2,68)$$

Aus dem gemessenen Leistungsverhältnis $P_H/P_C = y$ kann man dann die Empfängerrauschtemperatur bestimmen:

$$T_R = \frac{T_H - y T_C}{y - 1} \quad (2,69)$$

Zur Erzeugung einer hohen Antennentemperatur verwendet man meistens Absorbermaterial auf Raumtemperatur (293K), das vor das Antennenhorn gehalten wird. Für die niedrige Antennentemperatur kühlt man das Absorbermaterial mit flüssigem Stickstoff (78K). Mit dieser sogenannten y -Faktor-Methode kann man natürlich auch die äquivalente Rauschtemperatur einzelner Komponenten (z.B. Verstärker) bestimmen. Anstelle einer Antenne kann hierbei ein angepaßter Abschlußwiderstand verwendet werden, der auf verschiedene Temperaturen gebracht wird.

Es sei hier noch darauf hingewiesen, daß in der Technik statt der Rauschtemperatur meistens die sogenannte Rauschzahl F verwendet wird. Man bezieht sich hierbei auf die Rauschleistung P_o eines Abschlußwiderstandes auf Raumtemperatur T_o (293K). Die Definition ist:

$$F = \frac{P_o + P}{P_o} = \frac{T_o + T}{T_o} \quad (2,70)$$

bzw. in Dezibel: $F = 10 \lg (1 + T/T_o)$ (2,71)

T : Eigenrauschtemperatur des Meßobjektes

Beitrag einzelner Komponenten zur Gesamtrauschtemperatur

Ein Empfänger besteht aus mehreren Verstärkerstufen, Filtern und anderen Komponenten. Um den Rauschbeitrag der einzelnen Komponenten allgemein ableiten zu können, betrachten wir diese zunächst einmal als "black box" mit einem Ein- und Ausgang (Vierpol). Der Vierpol sei linear und habe die Verstärkung G .

Bei Bauteilen, die eine Dämpfung besitzen, ist dementsprechend $G < 1$. Die Rauschleistung, die der Vierpol aufgrund seiner inneren Rauschquellen erzeugt, sei P_N . Schreiben wir diese Rauschleistung einem Widerstand auf der Temperatur T' zu, so ist entsprechend (2,6):

$$P_N = k T' \Delta v \quad (2,72)$$

Nehmen wir nun an, daß der Vierpol selbst nicht rauscht, sondern daß P_N durch einen Widerstand erzeugt wird, der an den Eingang des Vierpols angeschlossen ist, so gilt:

$$P_N = G k T \Delta v \quad (2,73)$$

damit ist: $T = P_N / (G k \Delta v) = T' / G \quad (2,74)$

Man bezeichnet T als äquivalente Eigenrauschtemperatur des Vierpols. Schaltet man N Vierpole mit verschiedenen Eigenrauschtemperaturen T_i und Verstärkungen G_i in Reihe (Kettenschaltung), so ist die gesamte Rauschleistung am Ausgang der Kette offensichtlich:

$$P_{GA} = k \Delta v (G_1 G_2 G_3 \dots G_N T_1 + G_2 G_3 \dots G_N T_2 + G_3 \dots G_N T_3 + \dots G_N T_N) \quad (2,75)$$

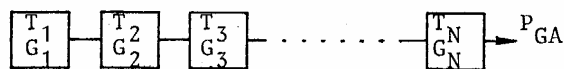


Abb. 2,9 : Kettenschaltung von Vierpolen

Die äquivalente Gesamtrauschtemperatur der Kette, bezogen auf den Eingang ist dann mit (2,74):

$$T = \frac{P_{GA}}{k \Delta\nu (G_1 G_2 G_3 \dots G_{N-1} G_N)} \quad (2,76)$$

mit (2,75) erhält man daraus:

$$T = T_1 + \frac{T_2}{G_1} + \frac{T_3}{G_1 G_2} + \dots + \frac{T_N}{G_1 G_2 G_3 \dots G_{N-1}} \quad (2,77)$$

Der wesentlichste Beitrag zur Gesamtrauschtemperatur kommt also im allgemeinen von der ersten Verstärkerstufe und den verlustbehafteten Komponenten davor (z.B. Leitung).

Bei einer verlustbehafteten Leitung oder - ganz allgemein - bei einem Bauteil mit Dämpfung ($G < 1$) läßt sich die Rauschtemperatur direkt aus der physikalischen Temperatur T_p und der Dämpfung $L = 1/G$ berechnen. In einem solchen Bauteil ist das Verhältnis der absorbierten Leistung zur Eingangsleistung gleich $1 - 1/L$. Nun gilt nach dem Kirchhoffschen Gesetz für Wärmestrahlung, daß das Verhältnis von Emissionsvermögen zum Absorptionsvermögen eines beliebigen Strahlers gleich dem Emissionsvermögen des schwarzen Strahlers der gleichen Temperatur ist. Wenden wir das hier an, so erhalten wir für die thermisch erzeugte Rauschleistung am Ausgang des Bauteils:

$$P_L = (1 - 1/L) k T_p \Delta\nu \quad (2,78)$$

Gleichzeitig gilt nach (2,73):

$$P_L = \frac{1}{L} k T_L \Delta\nu \quad (2,79)$$

Damit ist die Eigenrauschtemperatur:

$$T_L = (L - 1) T_p \quad (2,80)$$

Schalten wir ein verlustbehaftetes Bauteil vor einen Empfänger, dessen Rauschtemperatur T'_R ist, so ist die Gesamtrauschtemperatur (mit Bauteil) T_R dann nach Gleichung (2,77):

$$T_R = (L - 1) T_P + L T'_R \quad (2,81)$$

Extremes, aber realistisches Beispiel:

$$T'_R = 20 \text{ K (gekühlter FET-Verstärker)}$$

$$L = 0,3 \text{ dB} = 1,071 \text{ (Leitungsämpfung)}$$

$$T_P = 293 \text{ K (Raumtemperatur)}$$

Ergebnis: $T_R = 42,4 \text{ K}$

Die Gesamtempfindlichkeit würde also hier durch die Leitung um mehr als Faktor 2 verschlechtert! In der Praxis muß daher darauf geachtet werden, daß die Bauteile vor der ersten Verstärkerstufe extrem verlustarm sind und, wenn möglich, auf eine niedrige physikalische Temperatur gekühlt werden.

Verbesserung der Grenzeempfindlichkeit durch Kühlung

Die Ursache des Eigenrauschens eines Empfängers liegt, wie bereits erwähnt, im thermischen Rauschen verlustbehafteter Bauteile sowie dem Schrotrauschen und Halbleiterrauschen aktiver Bauelemente. Der thermische Rauschanteil ist nach dem Nyquist Theorem (2,6) direkt proportional der physikalischen Temperatur der entsprechenden Bauteile. Durch eine Senkung der physikalischen Temperatur kann also das thermische Rauschen und damit die Eigenrauschtemperatur verringert werden. Nach Gleichung (2,77) reicht es aus, wenn vor allem die Bauteile vor der ersten Verstärkerstufe sowie die ersten ein bis zwei Verstärkerstufen gekühlt werden.

Da die Besetzung des Leitfähigkeitsbandes bei Halbleitern stark temperaturabhängig ist, eignen sich nicht alle Halbleitermaterialien für gekühlte aktive Bauelemente. So sind z.B. Halbleiterbauteile auf Siliziumbasis ungeeignet, weil hier wegen des "Ausfrierens" der freien Ladungsträger die

Leitfähigkeit bei tiefen Temperaturen (20 K) zu stark absinkt. Gut geeignet ist dagegen z.B. Galliumarsenid (GaAs) als Basismaterial.

Zur Kühlung verwendet man heutzutage fast ausschließlich Kühlmaschinen mit einem geschlossenen Kühlmittelkreislauf. Als Kühlmittel wird Helium verwendet, weil es erst bei 4,2 K (bei Normaldruck) flüssig wird. Das Gas wird in einem Kompressor auf etwa 20 bar komprimiert, über flexible Schläuche zum Empfänger geleitet und dort in einem Expander-Modul in zwei Stufen mit Kolben entspannt. Hierbei kühlt es sich auf etwa 10 bis 20 K ab und wird dann wieder zum Kompressor zurückgeleitet. Man erreicht nach diesem Verfahren eine Kühlung der entsprechenden Bauteile auf etwa 20 K. Da bei diesen Temperaturen Luft kondensiert, müssen alle gekühlten Bauteile in eine Vakuumkammer eingebaut werden. Damit wird auch eine zu starke Wärmenachlieferung durch Konvektion verhindert. Die Anforderungen an das Vakuum liegen bei etwa 10^{-2} mbar, was leicht zu erreichen ist.

Je nachdem wie groß der thermische Anteil an der Gesamtrauschtemperatur ist, liegt die erreichbare Senkung der Empfänger- rauschtemperatur durch Kühlung bei Faktor 2 bis 5 gegenüber ungekühlten Empfängern. In der Radioastronomie ist daher der erhöhte Aufwand für die Kühlung im allgemeinen gerechtfertigt.

2.4 Prinzipieller Aufbau von Radiometern

Die extremen Anforderungen der Radioastronomie und auch der allgemeinen Mikrowellenradiometrie bezüglich Temperaturauflösungsvermögen und Stabilität haben zur Entwicklung spezieller Empfängertypen geführt, die wir im folgenden etwas näher besprechen wollen.

Superheterodynprinzip

Die erforderliche HF-Leistung am Eingang des Detektors beträgt etwa 10^{-5} W. Die Rauschleistung am Empfängereingang muß also auf diesen Wert verstärkt werden. Nach (2,6) ist die Eingangsausleistung:

$$P_{\text{sys}} = k T_{\text{sys}} \Delta\nu \quad (2,82)$$

Nehmen wir einmal folgende Werte für den Empfänger an:

$$T_{\text{sys}} = 100 \text{ K} , \Delta\nu = 200 \text{ MHz}$$

Wir erhalten damit: $P_{\text{sys}} = 2,76 \cdot 10^{-13}$ W. Die erforderliche Gesamtverstärkung liegt also in der Größenordnung von 80 dB. Eine so große Verstärkung bei einem festen Frequenzbereich kann zu technischen Problemen führen (Rückkopplung). Man setzt daher im allgemeinen das Frequenzband nach einer gewissen Vorverstärkung auf einen niedrigeren Frequenzbereich um, bei dem dann die weitere Verstärkung erfolgt. Bei Empfangsfrequenzen über etwa 40 GHz gibt es derzeit keine genügend rauscharme Verstärker. Daher wird hier das Empfangsfrequenzband direkt, ohne Vorverstärkung, auf einen Zwischenfrequenzbereich (z.B. 4 GHz) umgesetzt, bei dem die Verstärkung erfolgt.

Die Frequenzumsetzung geschieht in einem Mischer, der von einem Festfrequenzoszillator (LO, von local oscillator) angesteuert wird. Der Mischer selbst besteht im wesentlichen aus

einer Halbleiterdiode, die eine nichtlineare Strom-Spannungs-Charakteristik besitzt. Neben anderen Mischprodukten entsteht im Mischer vor allem die Differenzfrequenz aus LO- und Empfangsfrequenz, die sogenannte Zwischenfrequenz (ZF) (genaueres hierzu im Kapitel über Mikrowellenmischer). Das Blockschaltbild eines Superheterodynempfängers sieht damit folgendermaßen aus:

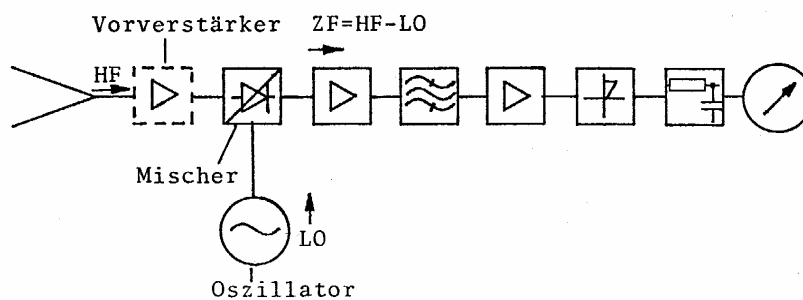


Abb. 2,10: Superheterodynempfänger

Das Filter, das die Bandbreite des Empfängers festlegt, wird meistens hinter den ersten Verstärkerzug geschaltet, um eine Rauschtemperaturerhöhung durch die Einfügungsdämpfung des Filters zu vermeiden.

Ein zusätzlicher Vorteil des Superheterodynprinzips ist, daß durch entsprechende Wahl der LO-Frequenz Empfänger unterschiedlicher Empfangsfrequenz bei der gleichen Zwischenfrequenz arbeiten können, wodurch hier standardisierte Bauteile verwendet werden können. Mit Hilfe von Schaltern kann man sogar erreichen, daß der gleiche ZF-Verstärkerzug für verschiedene HF-Empfangsbausteine verwendet werden kann.

2.6 Radiometer für den mm- und Submm-Wellenbereich

Der mm- und Submm-Wellenbereich ist von besonderem Interesse für die Radioastronomie, da in diesem Bereich viele Molekül-
linien liegen. Im Frequenzbereich oberhalb etwa 100 GHz gibt
es derzeit keine brauchbaren rauscharmen Verstärker. Man ist
daher gezwungen, die Signalfrequenz mit Hilfe eines Mixers
direkt auf eine niedrigere Frequenz (Zwischenfrequenz ZF) um-
zusetzen, bei der dann die Verstärkung vorgenommen wird. Die
Frequenzumsetzung ist im allgemeinen mit Verlusten verbunden,
welche die Gesamtempfindlichkeit des Empfängers verschlech-
tern. Nach Gleichung (2,77) ist dann:

$$T_R = T_M + L T_{ZF} \quad (2,107)$$

Hierbei ist T_M die Eigenrauschktemperatur des Mixers und L
der Mischverlust. T_{ZF} ist die Gesamtrauschktemperatur der ZF-
Verstärkerkette. Um die Gesamtrauschktemperatur des Empfängers
niedrig zu halten, muß also nicht nur T_M und L des Mixers
klein sein, sondern auch die Rauschktemperatur der ZF-Verstär-
kette. Das Zwischenfrequenzband wird meist in den Bereich
zwischen 0,5 und 5 GHz gelegt, weil es hier Verstärker gibt,
die genügend rauscharm sind (z.B. FET-Verstärker).

Im Frequenzbereich bis etwa 300 GHz kann der Aufbau eines
Mixers noch in Hohlleitertechnik erfolgen, obwohl die Dimen-
sionen hier schon so klein werden, daß an die mechanische Her-
stellungsgenauigkeit der Hohlleiterkomponenten extreme Anfor-
derungen gestellt werden müssen. Im darüberliegenden Frequenz-
bereich - dem Submm-Wellenbereich - ist man dann gezwungen,
mit quasi-optischen Techniken zu arbeiten. Man befindet sich
hier also in einem Übergangsbereich zwischen Mikrowellentech-
nik und Optik.

Prinzip eines Mischers

Zum Mischen von zwei verschiedenen Frequenzen kann im Prinzip jedes Bauelement verwendet werden, das eine nichtlineare Strom-Spannungs-Charakteristik besitzt. Die genaue mathematische Ableitung der Vorgänge in einem Mischer würde hier zu weit führen. Wir wollen uns daher mit einer einfachen Ableitung begnügen, mit der sich die Vorgänge zumindestens qualitativ verstehen lassen.

Für kleine Aussteuerungen (δU) um eine konstante Vorspannung (U_0) kann man die Strom-Spannungs-Kennlinie in eine Taylor-Reihe entwickeln:

$$I(U_0 + \delta U) = I(U_0) + \frac{dI}{dU} \delta U + \frac{1}{2} \frac{d^2 I}{dU^2} (\delta U)^2 + \frac{1}{6} \frac{d^3 I}{dU^3} (\delta U)^3 + \dots \quad (2,108)$$

oder anders geschrieben:

$$I(U_0 + \delta U) = k_0 + k_1 \delta U + k_2 \delta U^2 + k_3 \delta U^3 + \dots \quad (2,109)$$

Für die Mischung ist hier vor allem der quadratische Term wichtig. Die Spannungsänderung δU wird von der Signalfrequenz f_S und der Lokaloszillatorfrequenz f_{LO} erzeugt:

$$\delta U = A \sin \omega_{LO} t + B \sin \omega_S t \quad (2,110)$$

mit $\omega_{LO} = 2 \pi f_{LO}$ und $\omega_S = 2 \pi f_S$

In (2,109) eingesetzt, ergibt sich:

$$\begin{aligned} I = & k_0 + k_1 (A \sin \omega_{LO} t + B \sin \omega_S t) \rightarrow \text{Ursprungsfrequenzen} \\ & + k_2 \left(\frac{A^2}{2} + \frac{B^2}{2} \right) \rightarrow \text{Richtstrom} \\ & - k_2 \left(\frac{A^2}{2} \cos 2\omega_{LO} t + \frac{B^2}{2} \cos 2\omega_S t \right) \rightarrow \text{höhere Harmonische} \\ & + k_2 (AB \cos (\omega_{LO} - \omega_S) t) \rightarrow \text{Differenz- u.} \\ & - k_2 (AB \cos (\omega_{LO} + \omega_S) t) + \dots \rightarrow \text{Summenfreq.} \end{aligned} \quad (2,111)$$

Insgesamt erhält man ein Frequenzspektrum der Form:

$$f_k = |1 f_{LO} \pm m f_S| \quad (2,112)$$

$$1, m = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Da die Signalleistung normalerweise klein gegenüber der Lokaloszillatorleistung ist, kann man sich zunächst auf die Frequenzen:

$$f_k = |1 f_{LO} \pm f_S| \quad (2,113)$$

beschränken. Die Leistung der höheren Harmonischen des Lokaloszillators $1 f_{LO}$ ist etwa proportional zu $1/l^2$, so daß in erster Näherung neben den Ursprungsfrequenzen nur die folgenden Mischprodukte berücksichtigt werden brauchen:

$$\begin{array}{ll} \text{Summenfrequenz} & f_{LO} + f_S \\ \text{Differenzfrequenz (ZF)} & |f_{LO} - f_S| = f_{ZF} \\ \text{Spiegelfrequenz} & 2f_{LO} - f_S = f_i \end{array} \quad (2,114)$$

Man erkennt, daß im wesentlichen zwei verschiedene Frequenzen auf die Zwischenfrequenz umgesetzt werden, nämlich $f_{LO} + f_{ZF}$ und $f_{LO} - f_{ZF}$. Wenn keine besonderen Maßnahmen zur Unterdrückung einer der beiden Frequenzen getroffen werden, so empfängt ein Mischer-Radiometer offensichtlich gleichzeitig auf zwei sogenannten "Seitenbändern". Man nennt diese Betriebsart den Doppelseitenbandbetrieb (DSB). Wird dagegen ein Seitenband (z.B. mit einem Filter) unterdrückt, so hat man den sogenannten "Einseitenbandbetrieb" (Single-Sideband, SSB). Beim SSB-Betrieb kann man als Signalfrequenz $f_{LO} + f_{ZF}$ oder $f_{LO} - f_{ZF}$ wählen. Die jeweils andere Frequenz ist dann die Spiegelfrequenz (siehe Abb. 2,33).

Der SSB-Betrieb wird bei der Messung von Linienstrahlung häufig bevorzugt, da die zu messenden Linien immer nur in einem Seitenband erscheinen. Bei Kontinuumsmessungen ist dagegen der DSB-Betrieb günstiger, weil dann das Signal über

beide Seitenbänder empfangen wird und somit das Signal-Rauschverhältnis besser ist. Die zunächst naheliegende Annahme, daß ein DSB-Mischer die doppelte Empfangsbandbreite hat und damit nach Gleichung (2,62) um $\sqrt{2}$ empfindlicher als ein SSB-Mischer ist, ist jedoch falsch. Man muß hier nämlich berücksichtigen, daß ein SSB-Mischer auch in dem unterdrückten Band Eigenrauschen erzeugt. Daher ist das Signal-Rauschverhältnis beim DSB-Mischer im Prinzip um den Faktor 2 besser, da die doppelte Signalleistung bei sonst gleichem Eigenrauschen umgesetzt wird. In der Praxis sind die Verhältnisse noch etwas komplizierter, weil das Eigenrauschen eines SSB-Mischers noch von der Art und der Temperatur des Spiegelfrequenz-Abschlusses abhängt.

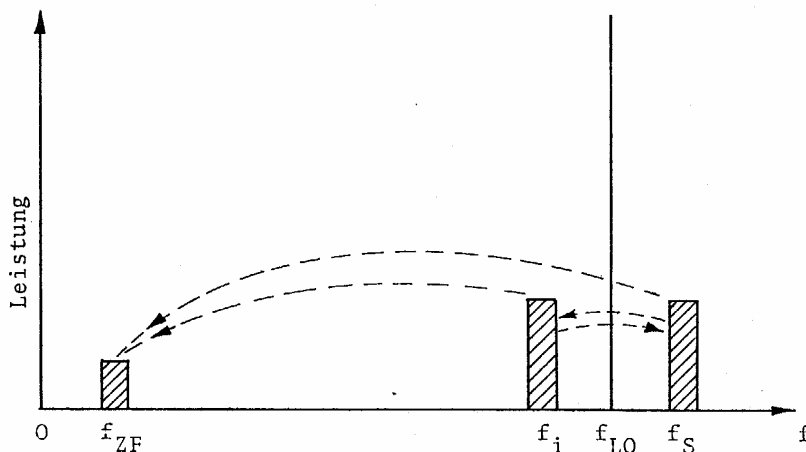


Abb. 2,33: Frequenzumsetzung mit einem Mischer

Es sei noch darauf hingewiesen, daß nach Gleichung (2,111) die auf die ZF umgesetzte Signalleistung linear von der LO-Leistung abhängt. Das hieße aber, daß mit entsprechend großer LO-Leistung die Mischverluste beliebig klein gemacht werden können. In der Praxis würde das dazu führen, daß sich die Aussteuerung durch den LO über einen großen Bereich der Kennlinie

des nichtlinearen Mischerelementes erstreckt. Damit entfällt aber die Voraussetzung für die Entwicklung der Kennlinie in eine Taylor-Reihe nach (2,108), so daß Gleichung (2,111) nicht mehr in dieser Form gilt. Es zeigt sich vielmehr ab einer gewissen LO-Leistung eine "Sättigung" des Mischers, ab der die Mischverluste nicht weiter sinken. Die Größe der verbleibenden Mischverluste hängt von den Eigenschaften des Mischerelementes und dessen Anpassungsnetzwerk ab.

Zur Beschreibung des Eigenrauschens eines Mischers wollen wir hier auf das vereinfachte Modell des "Ohmschen Mischers" zurückgreifen. Hierbei wird angenommen, daß der Mischverlust L ohmscher Natur sei. Das Rauschverhalten des Mischers ist dann vergleichbar mit einer verlustbehafteten Leitung der Dämpfung L und der physikalischen Temperatur T . Entsprechend zur Temperatur T schreiben wir dem Mischer eine äquivalente Temperatur $T_{\text{äq}}$ zu. Auf den Mischereingang bezogen haben wir dann nach Gleichung (2,80):

$$T_M = T_{\text{äq}} (L - 1) \quad (2,115)$$

Im Betrieb als DSB-Mischer mit unterschiedlichen Mischverlusten in den Seitenbändern ergibt sich dann (Parallelschaltung):

$$T_{M(\text{DSB})} = T_{\text{äq}} \left(\frac{L_S L_i}{L_S + L_i} - 1 \right) \quad (2,116)$$

L_S : SSB-Mischverlust im Signalband

L_i : SSB-Mischverlust im Spiegelfrequenzband

bzw. falls $L_S = L_i = L$:

$$T_{M(\text{DSB})} = T_{\text{äq}} \left(\frac{L}{2} - 1 \right) \quad (2,117)$$

Ist nun ein Seitenband vom Mischer her reflexionsfrei gesperrt, und hat das Sperrglied die physikalische Temperatur T_i , so ist offensichtlich:

$$T_{M(SSB)} = T_{\ddot{a}q} (L_S - 1) + \frac{L_S}{L_i} (T_i - T_{\ddot{a}q}) \quad (2,118)$$

Da meist T_i ungefähr gleich $T_{\ddot{a}q}$ ist, gilt für diese Fälle:

$$T_{M(SSB)} \approx T_{\ddot{a}q} (L_S - 1) \quad (2,119)$$

Wäre dagegen $T_i = 0$, so hätte man:

$$T_{M(SSB)} = T_{\ddot{a}q} (L - 2) = 2 T_{M(DSB)} \quad (2,120)$$

Wie man sieht, gilt der Faktor 2 nur für den extremen Sonderfall $T_i = 0$ exakt.

Ist das Spiegelfrequenzband reaktiv abgeschlossen (volle Fehl-
anpassung), so ändern sich die Verhältnisse noch einmal. Beim
Mischen wird ein Teil der Signalleistung immer auf die jewei-
lige Spiegelfrequenz umgesetzt. Ist die Spiegelfrequenz jedoch
reaktiv gesperrt, so wird die Leistung bei optimaler Phasen-
lage zwischen Mischer und Seitenbandfilter von der Spiegelfre-
quenz wieder teilweise auf die ZF umgesetzt. Damit erhält man
hier etwas geringere Mischverluste als beim DSB-Betrieb (be-
zogen auf ein Seitenband). Gleichzeitig kann sich hierbei $T_{\ddot{a}q}$
gegenüber dem DSB-Wert ändern. Es ist dann:

$$T'_{M(SSB)} = T'_{\ddot{a}q} (L'_S - 1) \quad (2,121)$$

wobei im allgemeinen $T'_{\ddot{a}q} \neq T_{\ddot{a}q}$ und $L'_S \neq L_S$ gilt.

im Halbleiter gegenüber dem Metall angehoben, so können Elektronen leichter die Potentialbarriere zum Metall hin überwinden und es fließt ein Strom in diese Richtung. Wird dagegen durch eine entgegengesetzte Spannung das Fermi-niveau abgesenkt, so können die Halbleiterelektronen die Barriere praktisch nicht mehr überwinden, so daß kein merklicher Strom mehr fließen kann, d.h. die Diode sperrt.

Die Theorie, auf die wir hier nicht näher eingehen wollen, liefert für einen Schottky-Kontakt folgende Strom-Spannungscharakteristik:

$$I = I_s \left(\exp \left(\frac{eU}{\eta kT} \right) - 1 \right) \quad (2,122)$$

Hierbei ist I_s der sogenannte Sperrsättigungsstrom und η ein temperaturabhängiger Korrekturfaktor. Er ist ein Maß für die Kennliniensteilheit und hat bei Zimmertemperatur einen theoretischen unteren Grenzwert von 1. Aufgrund von Tunnel- und Streueffekten, sowie durch herstellungstechnisch bedingte Zwischenschichten zwischen Metall und Halbleiter erreicht man jedoch meist nur Werte über etwa 1,05.

Im Bereich der Sperrschicht bilden die ionisierten Donator-Atome eine unbewegliche positive Raumladung und damit eine Kapazität, die infolge der Spannungsabhängigkeit der Sperrschichtweite ebenfalls spannungsabhängig ist. Aus der Theorie ergibt sich hierfür folgender Zusammenhang:

$$C_s = A \sqrt{\frac{e \epsilon N_D}{2 (U_D - U)}} \quad (2,123)$$

mit A: Fläche des Kontakts, C_s : Sperrschichtkapazität

ϵ : Dielektrizitätskonstante des Materials

N_D : Dotierungsdichte, U_D : Barrierenhöhe, U: äußere Spannung

Die Sperrschichtkapazität stellt für die hochfrequente Signalspannung einen Nebenschluß zum differentiellen Sperrschichtwiderstand dar und vergrößert daher die Mischverluste. Aus diesem Grund muß die Kontaktfläche A extrem klein gehalten werden. Mit speziellen Techniken, wie z.B. der Elektronenstrahl-Lithografie, gelingt es inzwischen, Kontaktflächen von weniger als $1\mu\text{m}^2$ herzustellen. Die Sperrschichtkapazität solcher Kontakte liegt in der Größenordnung von 0,005 pF.

Eine weitere ungünstige Beeinflussung der HF-Eigenschaften tritt durch einen zusätzlichen Serienwiderstand auf, der sich aus ohmschen Verlusten durch den Skin-Effekt und dem Enge-widerstand in der Halbleitergrenzschicht zusammensetzt. Um den Serienwiderstand klein zu halten, muß die Leitfähigkeit des Halbleiters außerhalb der Sperrschicht möglichst groß sein, damit eine verlustarme Ableitung des HF-Stroms möglich ist. Die Leitfähigkeit eines dotierten Halbleiters ist:

$$\delta = N_D e \mu \quad (2,124)$$

μ : Beweglichkeit der Ladungsträger

Die günstigsten Werte für μ werden derzeit mit n^+ -dotiertem Galliumarsenid erreicht. Die Beweglichkeit nimmt mit wachsender Dotierung etwas ab. Für die Dotierungsdichte N_D erreicht man Werte von $4 \cdot 10^{18}/\text{cm}^3$. Im Bereich der Sperrschicht muß die Dotierungsdichte niedriger liegen. Je nach Betriebstemperatur der Diode liegt hier das Optimum zwischen etwa $3 \cdot 10^{16}/\text{cm}^3$ und $3 \cdot 10^{17}/\text{cm}^3$. Das gewünschte Dotierungsprofil läßt sich durch unterschiedliche Konzentration der Dotierungs-Atome (meist Schwefel) beim Herstellungsprozeß erreichen. Die Dicke der Schicht mit niedriger Dotierung (Epitaxieschicht) muß in der Größenordnung der Sperrschichtweite liegen, d.h. bei etwa 0,2 bis 0,5 μm . Insgesamt erhält man damit den in Abb. 2,35 dargestellten schematischen Aufbau einer Schottky-Diode.

Aufgrund des mechanischen Aufbaus sind Josephson-Mischer mit Punktkontakten mechanisch nicht sehr stabil. Vor allem die mechanischen Spannungen beim Kühlen und Aufwärmen führen häufig dazu, daß sich die Eigenschaften der Kontakte verändern. Aus diesem Grund sind Empfänger mit Josephson-Mischer bisher kaum zum Einsatz gekommen. Man versucht derzeit Mikrobrücken in Aufdampftechnik weiter zu verbessern, um eventuell mit ihnen in Zukunft stabile Empfänger aufbauen zu können.

SIS-Mischer

Das Misch-Element eines SIS-Mischers besteht aus einer Sandwich-Struktur, bei der zwei Supraleiter durch eine dünne Isolierschicht voneinander getrennt sind (Supraleiter-Isolator-Supraleiter). Die Energieverhältnisse sind in Abb. 2,39 vereinfacht für $T=0$ dargestellt. In den Supraleitern sind alle Energieniveaus bis zum Wert $W_F - \Delta$ aufgefüllt, wobei Δ die halbe Bindungsenergie eines Cooper-Paares ist. Wird nun eine äußere Spannung angelegt, so kann für Werte $U < 2\Delta/e$ kein Strom fließen, denn die durch die Spannung in ihrer Energie angehobenen Elektronen finden keine freien Zustände im benachbarten Supraleiter. Bei der Spannung $U = 2\Delta/e$ beginnt plötzlich ein Strom zu fließen, da nun die Elektronen in der Lage sind, die freien Zustände zu bevölkern.

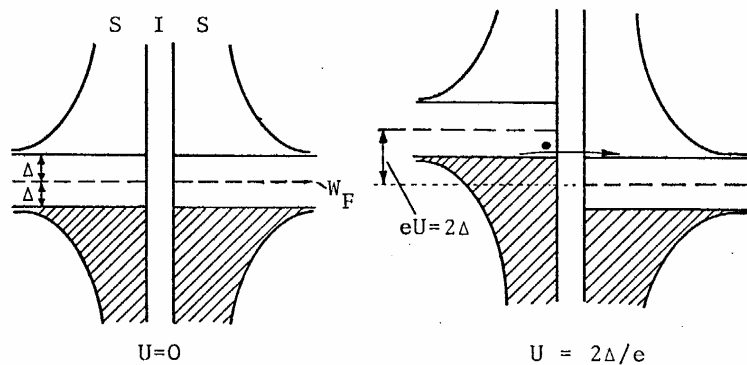


Abb. 2,39: Energieverhältnisse an einem SIS-Übergang

Anders gesehen kann man auch sagen, daß erst dann ein Strom fließt, wenn von außen eine Energie zugeführt wird, die mindestens der Bindungsenergie der Cooper-Paare entspricht. Die einzelnen Elektronen sind dann in der Lage, die Isolations-schicht zu durchtunneln. Nun kann aber bei ungenügend hoher Potentialdifferenz die noch fehlende Energie auch aus einem elektromagnetischen Strahlungsfeld entnommen werden (photon-assisted tunneling). Die Bedingung hierfür ist offensichtlich:

$$\hbar\omega = 2\Delta - eU \quad (2,131)$$

Auch für größere Werte von $\hbar\omega$ ist ein Durchtunneln möglich, allerdings mit geringerer Übergangsrate, weil die Zustandsdichte zu höheren Energieniveaus hin wieder abnimmt (siehe Abb. 2,39). Reicht die Energie eines einzelnen Photons nicht aus, so kann die notwendige Energie auch durch mehrere Photonen aufgebracht werden. Wir können also auch einen Strom erwarten, wenn die Bedingung:

$$n \hbar\omega = 2\Delta - eU \quad n = 1,2,3\dots (2,132)$$

erfüllt ist. Für Spannungen $U > 2\Delta/e$ können Photonen ebenfalls das Tunneln unterstützen, und zwar indem sie durch stimulierte Emission die überschüssige Energie des Elektrons abbauen, so daß dieses die Niveaus mit höherer Zustandsdichte erreichen kann. Insgesamt erhält man damit folgende Strom-Spannungscharakteristik:

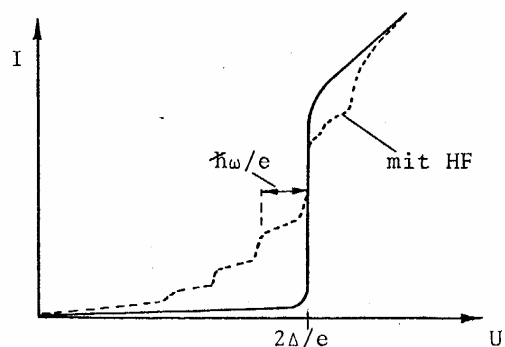


Abb. 2,40: Strom-Spannungscharakteristik eines SIS-Kontakts

Für die Schärfe der Stufen in der Kennlinie ist die relative Temperatur T/T_c entscheidend. Realisierbare Temperaturen von 2-4 K führen bereits zu einer starken Abrundung der Stufen.

Neben dem bisher besprochenen Strom einzelner Elektronen kann natürlich auch noch ein zusätzlicher Josephson-Strom auftreten. In der Praxis kann dieser hier unerwünschte Strom durch die Geometrie des SIS-Elements und eventuell durch ein statisches Magnetfeld weitgehend unterdrückt werden.

Die Herstellung der Kontakte erfolgt in Aufdampftechnik. Als supraleitendes Material wird derzeit meist eine Legierung aus Blei, Indium und Gold verwendet. Aufgrund der extrem dünnen Isolierschicht ist die Kapazität des Kontakts zunächst recht groß. Man ist daher wieder gezwungen, die Kontaktfläche sehr klein zu halten (ca. $1\mu\text{m}^2$). Auf der anderen Seite erhöht sich dadurch aber der Widerstand des Kontakts, so daß das für die Hochfrequenzeigenschaften entscheidende Produkt aus Kapazität und Widerstand kaum zu beeinflussen ist. Für eine günstige HF-Anpassung ist jedoch ein Widerstand von über 20 Ohm anzustreben, wodurch die Geometrie des Kontakts weitgehend festgelegt ist.

Der mechanische Aufbau eines SIS-Mischers entspricht in etwa dem eines Schottky-Mischers (Abb. 2,36). Bezüglich der erforderlichen LO-Leistung, der Sättigung und der Mischverluste gilt ähnliches wie beim Josephson-Mischer. Das Eigenrauschen eines SIS-Mischers ist jedoch zumindest für Frequenzen unter 100 GHz erheblich niedriger. Bei einer Signalfrequenz von 36 GHz ist sogar ein Wert von $T_{M(SSB)}$ unter 3 K erreicht worden, was nur um Faktor 2 über dem Quantenlimit liegt! Da die SIS-Kontakte in Aufdampftechnik hergestellt werden, treten hier die Probleme der mechanischen Instabilität nicht in dem Maße wie bei Josephson-Mischer auf. Im mm-Wellenbereich scheint aus den genannten Gründen der SIS-Mischer die optimale Lösung zu sein.

Neben dem Radiometer ist die Antenne ein weiteres wichtiges Glied einer radioastronomischen Empfangsanlage. Das wichtigste Merkmal einer Antenne ist die Richtwirkung bei der Aufnahme der Strahlung. Sie bestimmt die Winkelauflösung, mit der man ein Gebiet am Himmel abtasten und als Radiobild darstellen kann. Die Empfindlichkeit der Antenne als Strahlungsempfänger, beschrieben durch die effektive Antennenfläche, geht bei der Messung von Punktquellen multiplikativ in die Grenzemfindlichkeit der gesamten Empfangsanlage ein.

Die Antenne ist ein lineares Glied im Leitungszug der Empfangsanlage. Sie hat die Aufgabe, die aus dem Raum kommenden ebenen Wellen in Leitungswellen zu transformieren. Bei Sendeanlagen dagegen muß sie eine Leitungswelle in eine Raumwelle umwandeln und als Kugelwelle abstrahlen. Die Antenne kann also zwei verschiedene Funktionen haben, sie kann als Empfangsantenne oder als Sendeantenne arbeiten. Beide Funktionen sind zunächst nicht unbedingt identisch. Es läßt sich jedoch zeigen, daß eine Antenne für beide Funktionen die gleichen Eigenschaften besitzt. Dieses sogenannte Reziprozitätstheorem besagt genauer ausgedrückt: Baut man eine Übertragungsstrecke aus zwei Anlagen auf, die je aus einer Antenne, der Zuleitung und einem Generatorwiderstand bestehen (Abb. 4,1), und gibt man auf Z_1 eine Wechselspannung U_1 , so mißt man in Z_2 einen Strom I . Gibt man umgekehrt die gleiche Spannung auf Z_2 , so fließt durch Z_1 der gleiche Strom I . Das Reziprozitätstheorem folgt aus den Eigenschaften zweier sich überlagernder elektromagnetischer Felder. Ein Beweis ist z.B. in "Elektromagnetische Felder" von H. Zuhrt S. 100 gegeben.



Abb. 4,1: Übertragungsstrecke

4.1 Allgemeine Parameter

Die allgemeinen Eigenschaften einer Antenne können durch verschiedene Parameter beschrieben werden. Zu ihrer Definition können wir entsprechend dem Reziprozitätstheorem jeweils den Sendefall oder den Empfangsfall heranziehen, ohne befürchten zu müssen, daß die Ergebnisse nicht eindeutig sind.

Strahlungswiderstand

Im Sendefall ist die Antenne der Abschluß einer Leitung. Die Antenne soll hier die ihr zugeführte Leistung möglichst vollständig abstrahlen. Die Abstrahlungsverluste sind ohmschen Verlusten vergleichbar. Der Antenne läßt sich daher ein Widerstand zuordnen, den man den Strahlungswiderstand nennt. Der Strahlungswiderstand ist im Idealfall ein reeller Widerstand, nur bei Fehlanpassung enthält er eine Blindwiderstandskomponente.

Wegen des Reziprozitätstheorems ist der Strahlungswiderstand der Antenne im Sende- und im Empfangsfalle gleich. Da er zwar ein reeller Widerstand ist, aber physikalisch gesehen kein ohmscher Widerstand, erzeugt er also auch kein thermisches Rauschen aufgrund der Temperatur des Antennengebildes. Das Rauschen der Antenne bzw. die Antennenrauschtemperatur T_A wird vielmehr durch das Strahlungsgleichgewicht mit der Umgebung erzeugt (siehe auch Abb. 2,1).

Polarisation

Jede Antenne empfängt oder sendet normalerweise nur polarisierte Strahlung. Ist also eine ferne Strahlungsquelle polarisiert, so muß bei der Messung die Polarisationsrichtung der Empfangsantenne entsprechend berücksichtigt werden. In der Radioastronomie gilt dies vor allem bei der Messung von Synchrotron-

strahlung. Thermische Strahlung ist dagegen unpolarisiert, aufgrund des statistischen Charakters der Erzeugung. In diesem Falle kann höchstens die Hälfte der ankommenden Leistung dem Radiometer zugeführt werden. Mit Hilfe von speziellen Polarisationsweichen (Abb. 2,18) können jedoch zwei voneinander unabhängige Polarisationsrichtung getrennt ausgekoppelt werden und dann zwei getrennten Radiometern zugeführt werden, so daß damit die gesamte ankommende Leistung (von Verlusten abgesehen) gemessen wird. Pro Empfangskanal steht aber auch hier nur die Hälfte der Gesamtleistung zur Verfügung.

Effektive Antennenfläche

Bei unpolarisierter Strahlung empfängt die Antenne die Leistung:

$$P = \frac{1}{2} A S \Delta v \quad (4,1)$$

S: Flußdichte des Strahlungsfeldes

Man bezeichnet den Proportionalitätsfaktor A als effektive Antennenfläche. Ein direkter Zusammenhang zwischen A und der auf die Wellenebene projizierten geometrischen Antennenfläche ist nur bei wenigen Antennentypen vorhanden. Beim einfachen Dipol oder der Yagi-Antenne ist der Zusammenhang nicht erkennbar. Einigermaßen gut ist dagegen die Übereinstimmung bei einer großen Dipolwand mit einem Reflektornetz. Auch bei verschiedenen Reflektorantennen (insbesondere Parabolantennen) und Horn-Antennen läßt sich ein Zusammenhang angeben.

Die empfangene Leistung ist abhängig von der Richtung, in der die Antenne zum Strahlungsfeld angeordnet ist. Wir nehmen diese Richtungsabhängigkeit in den Proportionalitätsfaktor hinein. Damit wird in Polarkoordinaten ausgedrückt:

$$A = A(\theta, \phi) \quad (4,2)$$

Antennengewinn

Wir betrachten die Antenne als Sendeantenne. Von einem Generator wird ihr die Leistung P_s zugeführt. In einem größeren Abstand r messen wir in der Raumwelle den Strahlungsfluß S'_s . Der Antennengewinn ist dann definiert als:

$$G = \frac{4\pi r^2 S'_s}{P_s} \quad (4,3)$$

Für den verlustlosen, isotropen Kugelstrahler ist offensichtlich $G = 1$. G ist also der Gewinn einer Antenne im Vergleich zum isotropen Kugelstrahler. Da die Antennen normalerweise nicht isotrop strahlen, ist der Gewinn richtungsabhängig:

$$G = G(\theta, \phi) \quad (4,4)$$

Die effektive Antennenfläche A und der Gewinn G sind zwei Parameter der Antenne, die offenbar eng miteinander verknüpft sind. Aus dem Reziprozitätstheorem können wir folgern, daß für eine Antenne die Winkelabhängigkeiten von A und G identisch sein müssen, d.h. es gilt:

$$A(\theta, \phi) = c G(\theta, \phi) \quad (4,5)$$

Zur Bestimmung des Proportionalitätsfaktors c gehen wir wieder von der Antenne im thermodynamischen Gleichgewicht aus (Abb. 2,1). Die Antennenzuleitung ist durch einen angepaßten Widerstand abgeschlossen der sich auf der Temperatur T befindet. Er liefert nach dem Nyquist-Theorem die Rauschleistung $P = kT \Delta\nu$ an die Antenne. Diese strahlt entsprechend ihrem Gewinn in den Raumwinkel Ω_A die Leistung:

$$P_1 = G k T \Delta\nu \frac{\Omega_A}{4\pi} \quad (4,6)$$

Denken wir uns nun die Antenne von einem absorbierenden Hohlraum umschlossen, der sich ebenfalls auf der Temperatur T befindet. Aus dem Raumwinkel Ω_A fließt nun der Antenne unter Ver-

wendung des Rayleigh-Jeansschen Gesetzes folgende Flußdichte zu:

$$S_2 = \frac{2 k T}{\lambda^2} \Omega_A \quad (4,7)$$

Davon nimmt die effektive Antennenfläche A wegen der Polarisation der Antenne folgende Leistung auf und gibt sie an den Abschlußwiderstand weiter:

$$P_2 = S_2 \frac{A}{2} \Delta v \quad (4,8)$$

Im thermodynamischen Gleichgewicht muß die aufgenommene Leistung P_2 gleich der abgegebenen Leistung P_1 sein. Damit erhält man:

$$G = \frac{4 \pi A}{\lambda^2} \quad (4,9)$$

Der Proportionalitätsfaktor c ist damit bestimmt.

Antennendiagramm

Wie bereits erwähnt, sind effektive Antennenfläche und Antennengewinn richtungsabhängig. Normiert man beide Funktionen, indem man durch den jeweiligen Maximalwert dividiert, so erhält man:

$$F(\theta, \phi) = \frac{A(\theta, \phi)}{A_{\max}} = \frac{G(\theta, \phi)}{G_{\max}} \quad (4,10)$$

$F(\theta, \phi)$ bezeichnet man als Antennendiagramm oder auch Richtdiagramm. Es gibt die relative Empfindlichkeit an, mit der die Antenne Strahlung aus verschiedenen Richtungen aufnimmt. Gemessen wird das Richtdiagramm, indem man die von der Antenne aufgenommene Strahlung eines entfernt aufgestellten Meßsenders auf einem Antennendrehstand in Abhängigkeit der Richtung bestimmt. Zur Darstellung benutzt man häufig Polarkoordinaten in einer oder zwei Hauptebenen durch die Achse

der Antenne (Abb. 4,2). Wegen der Polarisation der Antenne stellt man meistens die Hauptebenen parallel zum \vec{E} - und zum \vec{H} -Vektor dar. Bei komplizierteren Antennendiagrammen verwendet man auch Darstellungen durch Konturen-Karten in Kugelprojektion (Abb. 4,9). Um Bereiche geringer Empfindlichkeit besser sichtbar zu machen, verwendet man dabei meistens einen logarithmischen Maßstab (in dB).

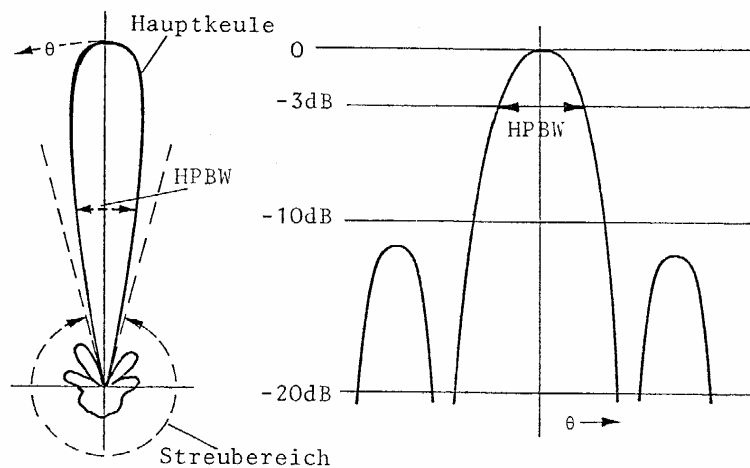


Abb. 4,2: Gebräuchliche Darstellungen des Antennendiagramms

Die Anforderungen, die man an das Antennendiagramm einer speziellen Antennenanlage stellt, hängen von der Aufgabe der Anlage ab. Während man bei Sendeantennen für Rundfunk und Fernsehen die Forderung stellt, daß die Abstrahlung nach allen Richtungen parallel zur Erdoberfläche möglichst gleich gut sein soll, muß man für radioastronomische Messungen verlangen, daß die Antenne nur aus einer scharf definierten Richtung Strahlung aufnimmt. Man bezeichnet dieses Maximum im Antennendiagramm als "Hauptkeule" (main lobe). Jede scharf bündelnde Antenne besitzt aber auch außerhalb der Hauptkeule noch eine restliche Empfindlichkeit. Diesen Bereich nennt man den Streubereich der Antenne. Im Streubereich gibt es meistens noch ein oder mehrere ausgeprägte schwächere Maxima (Nebenkeulen, minor lobes).

Ein Maß für die Breite der Hauptkeule ist die Halbwertsbreite (half-power beam width, HPBW). Das ist der Winkelabstand zwischen den Punkten, an denen der Gewinn auf die Hälfte des Maximalwertes abgesunken ist. Ist die Hauptkeule nicht rotationssymmetrisch, so muß man die Halbwertsbreite mindestens in zwei zueinander senkrechten Ebenen angeben. Man bezieht sich dabei wieder auf die Polarisations Ebenen und gibt entsprechend die Halbwertsbreite in Richtung des \vec{E} -Vektors (HPBW_E) und in Richtung des \vec{H} -Vektors (HPBW_H) an.

Richtschärfe

Die Richtschärfe (directivity) ist die im Maximum der Hauptkeule pro Raumwinkelement ausgestrahlte Leistung bezogen zur mittleren pro Raumwinkelement ausgestrahlten Leistung, d.h.:

$$D = \frac{4 \pi F(0,0)}{\int_0^\pi \int_0^{2\pi} F(\theta, \phi) \sin\theta \, d\theta \, d\phi} \quad (4,11)$$

mit $F(0,0) = 1$ nach Definition (4,10)

Zunächst scheint die Richtschärfe im Maximum der Hauptkeule mit dem Gewinn G identisch zu sein. Jedoch ist D aus dem Antennendiagramm gewonnen, während die Definition des Gewinns von der Leistung ausgeht, die der Antenne über eine Leitung zugeführt wird. Da in der Praxis im Antennengebilde ohmsche Verluste zu erwarten sind, ist G etwas kleiner als D . Es ist also:

$$G = k_v D \quad (4,12)$$

Hierbei gibt k_v den Wirkungsgrad der Antenne an ($k_v < 1$).

Effektiver Raumwinkel

Der effektive Raumwinkel Ω_A gibt den Winkelbereich an, in dem man mit der vollen Empfindlichkeit $F(0,0)$ gerade so viel Leistung empfangen würde, wie sonst über das gesamte Antennendiagramm, d.h.:

$$\Omega_A = \int_0^{4\pi} F(\theta, \phi) d\Omega = \int_0^\pi \int_0^{2\pi} F(\theta, \phi) \sin\theta d\theta d\phi \quad (4,13)$$

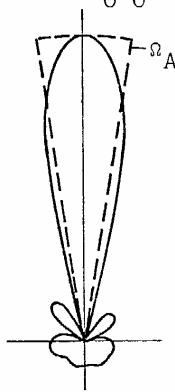


Abb. 4,3: Effektiver Raumwinkel

Wie man leicht sieht, ist der effektive Raumwinkel direkt mit der Richtschärfe und über (4,12) und (4,9) mit der effektiven Antennenfläche verknüpft:

$$\Omega_A = \frac{4\pi}{D} = \frac{\lambda^2}{A} K_A \quad (4,14)$$

Für radioastronomische Messungen gibt D gleichzeitig die Anzahl der voneinander unabhängigen Meßpunkte an, die man mit dem effektiven Raumwinkel auf der Himmelskugel abtasten kann. Das 100m-Teleskop in Effelsberg erreicht z.B. bei 3 cm Wellenlänge eine Richtschärfe von $78 \cdot 10^6$.

Hauptkeulenwirkungsgrad

Bei der normalen Messung wird die Strahlung des Meßobjekts über die Hauptkeule empfangen. Die über die Nebenkeulen bzw. den Streubereich aufgenommene Strahlung ist daher als Störstrahlung zu betrachten. Um den Fehler abschätzen zu können, der durch die Mitwirkung des Streubereichs bei den Messungen entsteht, trennt man den Bereich der Hauptkeule vom Streubereich ab. Das heißt man teilt den effektiven Raumwinkel der Antenne auf, in den Raumwinkel der Hauptkeule und den Raumwinkel des Streubereichs:

$$\Omega_A = \Omega_H + \Omega_S \quad (4,15)$$

mit:

$$\Omega_H = \int_{\text{Hauptk.}} F(\theta, \phi) \, d\Omega \quad \text{und} \quad \Omega_S = \int_{\text{Streub.}} F(\theta, \phi) \, d\Omega$$

Als Hauptkeulenwirkungsgrad (main-beam efficiency) definiert man dann:

$$\eta_B = \frac{\Omega_H}{\Omega_A} \quad (4,16)$$

Analog dazu kann man einen Streufaktor definieren:

$$\eta_S = \frac{\Omega_S}{\Omega_A} \quad (4,17)$$

In einem vollkommen isotropen Strahlungsfeld gibt der Hauptkeulenwirkungsgrad offensichtlich das Verhältnis der über die Hauptkeule aufgenommenen Leistung zur gesamten aufgenommenen Leistung an. Als Grenze der Hauptkeule wird normalerweise das erste Minimum im Antennendiagramm angesehen. Ist dieses nicht klar ausgebildet, so wird ein willkürlicher Empfindlichkeitspegel (etwa -20 dB) zur Definition der Hauptkeule herangezogen.

Im praktischen Meßbetrieb ist über die Größe der über den Streubereich empfangenen Strahlungsleistung nur schwer eine exakte Angabe zu machen. Der rückwärtige Teil des Antennendiagramms ist bei radioastronomischen Messungen weitgehend auf den Erdboden gerichtet, der eine recht hohe Strahlungstemperatur von ca. 290 K hat. Der vordere Teil des Streubereichs ist dagegen vorwiegend auf den im cm-Wellenbereich "kalten Himmel" (<10 K) gerichtet. Der Hauptanteil der Störstrahlung wird also im allgemeinen vom Erdboden her über den rückwärtigen Teil des Streubereichs eingestrahlt. Die hierdurch verursachte Antennentemperatur liegt je nach Stellung und Aufbau der Antenne zwischen etwa 5 und 15 K. Die Strahlung aus dem Streubereich ist damit häufig um Größenordnungen größer als die zu messende Strahlung. Neben der Verschlechterung der Grenzempfindlichkeit führt vor allem die Variation der Streustrahlung bei der Bewegung des Teleskops zu erheblichen Problemen bei radioastronomischen Meßprogrammen.

4.2 Antennentypen

Die vielfältigen Anforderungen, die von Seiten der Nachrichtentechnik gestellt wurden, haben im Laufe der Zeit zur Entwicklung vieler verschiedener Typen von Antennen geführt. Da die Erfordernisse der Radioastronomie ähnlich vielfältig waren, sind mit wenigen Ausnahmen auch alle Antennentypen irgendwann einmal hier zur Anwendung gekommen. Im folgenden soll daher eine kurze Übersicht über die Eigenschaften der verschiedenen Typen und die Gründe für ihre Verwendung in der Radioastronomie gegeben werden.

Dipol

Der Dipol ist praktisch seit der Entdeckung der Radiowellen durch H. Hertz im Gebrauch. In der Form des Hertzschen Elementardipols besteht er aus zwei Drahtstäben, die an den Enden kapazitiv belastet sind. Andere Formen bestehen aus zwei Stäben von $\lambda/2$ oder $\lambda/4$ -Länge. Diese Anordnungen sind resonant und haben daher den Charakter eines Schwingkreises. Im Langwellenbereich ($\lambda > 30\text{m}$) benutzt man gelegentlich einen Mast, der isoliert auf der leitenden Erdoberfläche aufgesetzt ist.

Für den Dipol sind das Antennendiagramm und die oben besprochenen Parameter analytisch ableitbar. In der Radioastronomie wird der Dipol bei Wellenlängen über etwa 20 cm in der einfachen Form und in Form des Doppeldipols mit Reflektor als Speiseantenne in größeren Parabolreflektoren verwendet.

Dipolanordnungen

Der einzelne Dipol ist ein Rundstrahler. Sein Gewinn in der Hauptebene beträgt nur 1,4. Will man einen höheren Gewinn

erzielen, so muß man mehrere Dipole zusammenschalten. Der erste Schritt in dieser Richtung führt zum Doppeldipol. Er besteht aus zwei Dipolen, die im Abstand von $\lambda/2$ nebeneinander stehen. Werden beide Dipole gleichphasig angeregt, so ist die Strahlung in Richtung der Verbindungslinie der beiden Dipole gleich Null, da hier die beiden abgestrahlten Wellen eine Phasendifferenz von 180° haben. Senkrecht zur Verbindungslinie ergibt sich dagegen ein Maximum des Gewinns. Dieses ist um den Faktor 1,4 größer als beim einfachen Dipol. Man kann schließlich noch den rückwärtigen Teil des Antennendiagramms nach vorne umlenken, indem man im Abstand von $\lambda/4$ eine reflektierende Wand anordnet.

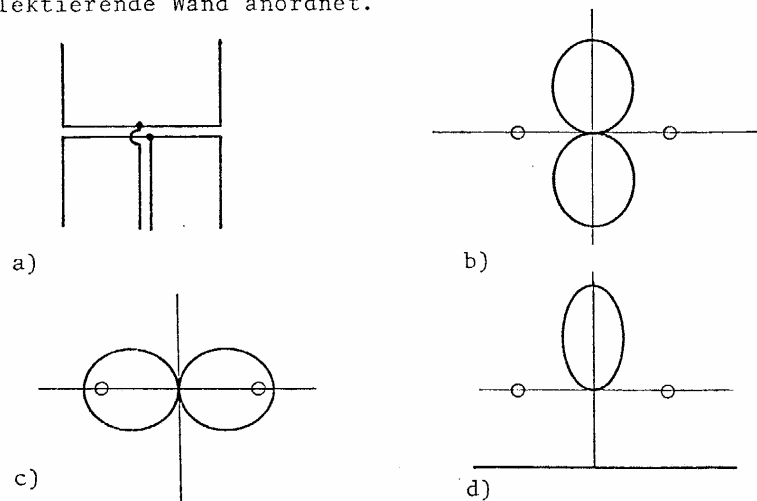
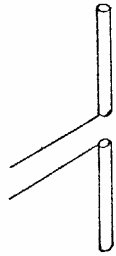
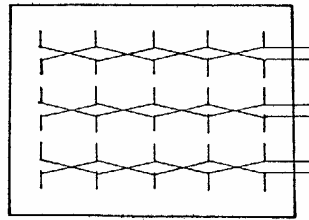


Abb. 4,4: a) Doppeldipol, b) Antennendiagramm bei gleichphasiger Anregung, c) gegenphasige Anregung, d) Doppeldipol mit Reflektor

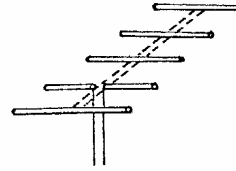
Regt man die beiden Dipole gegenphasig an, so dreht sich das Antennendiagramm um 90° . Das Maximum liegt nun in Richtung der Verbindungslinie der Dipole. Allgemein läßt sich das Maximum durch eine entsprechende Phasendifferenz in jede gewünschte Richtung innerhalb einer Ebene schwenken. Von dieser Möglichkeit wird vor allem bei großen Dipolanordnungen mit vielen



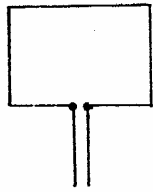
Dipol



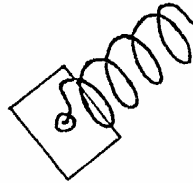
Dipolfeld



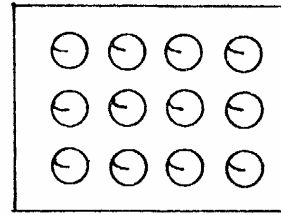
Yagi-Antenne



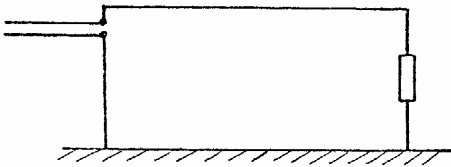
Rahmenantenne



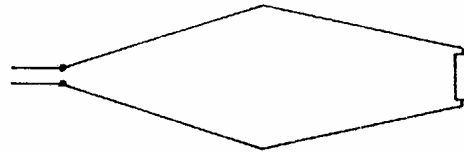
Helix-Antenne



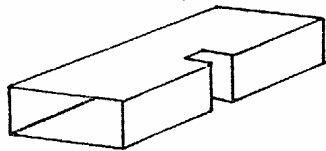
Helixfeld



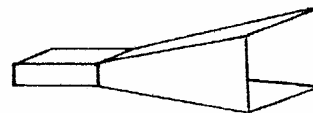
Langdraht-Antenne



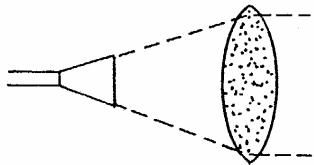
Rhombus-Antenne



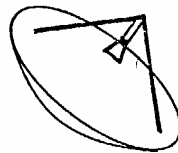
Schlitz-Antenne



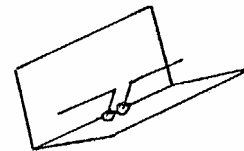
Horn-Antenne



Linsen-Antenne



Parabol-Reflektor



Winkel-Reflektor

Abb. 4,5: Antennentypen

Einzeldipolen Gebrauch gemacht. Hierdurch kann auf eine mechanische Schwenkvorrichtung verzichtet werden.

Der Schritt vom Doppeldipol zur Dipolreihe mit n Elementen und weiter zur Kombination von mehreren m Dipolreihen zu einem Dipolfeld (Abb. 4,5) liegt nahe. Für ein solches Dipolfeld addieren sich die effektiven Antennenflächen der Einzeldipole zu:

$$A = A_D n m \quad (4,18)$$

A_D : effektive Antennenfläche des Einzeldipols in Hauptkeulenrichtung

Das Antennendiagramm eines Dipolfeldes läßt sich leicht ableiten. Es ist:

$$F(\theta, \phi) = \left[\frac{\cos(\frac{\pi}{2} \cos \phi)}{\sin \phi} \right]^2 \cdot \left[\frac{\sin(\frac{d}{\lambda} n \pi \sin \phi \cos \theta)}{n \sin(\frac{d}{\lambda} \pi \sin \phi \cos \theta)} \right]^2 \cdot \left[\frac{\sin(\frac{h}{\lambda} m \pi \cos \phi)}{m \sin(\frac{h}{\lambda} \pi \cos \phi)} \right]^2$$

d : Abstand der Dipole einer Reihe (4,19)

h : Abstand der Reihen

Für radioastronomische Messungen bieten Dipolfelder den Vorteil, daß sich ihre effektive Antennenfläche genau berechnen läßt. Man hat daher Antennen dieses Typs mehrfach für die absolute Bestimmung des Strahlungsflusses von diskreten Quellen benutzt. Da man weiterhin bei großen Wellenlängen ($\lambda > 5\text{m}$) sehr ausgedehnte Antennengebilde benötigt, um eine ausreichende Richtschärfe bzw. Halbwertsbreite ($< 1^\circ$) zu erreichen, bot sich das Dipolfeld wegen seines einfachen und kostengünstigen Aufbaus besonders an. So sind riesige Antennen dieser Art vor allem in den USA und der UdSSR aufgebaut und betrieben worden. Eines der zur Zeit im Betrieb befindlichen großen Dipolfelder ist das UTR 2 (Ukrainian T-shaped Radiotelescope 2), das den Wellenlängenbereich von 12 bis 30m überdeckt. Es besteht aus einem Nord-Süd-Feld von 1860 X 50m mit 1440 Dipolen und einem